

TEACHING STUDENTS INTERNET SAFETY THROUGH AN ARTIFICIAL INTELLIGENCE MOBILE APPLICATION



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

ΕΠΙΠΛΕΟΝ ΥΛΙΚΑ ΓΙΑ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ



This license lets distribute, remix, adapt, and build upon your work, even commercially, as long as they credit you for the original creation.

www.isafetyapp.eu

Σύνδεσμος προς την έκδοση του flipbook: <https://heyzine.com/flipbook/1e031d8095.html>



IX Liceum Ogólnokształcące
im. Kazimierza Jagiellończyka
w Toruniu


Innovation Frontiers
Mind is the limit

 **technologos**
pushing the boundaries



Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Είσοδος.....	3
Τα μαθηματικά διαφορετικά	6
Παρότρυνση μαθητών με ασθενέστερες πνευματικές δυνατότητες να μάθουν μαθηματικά	13
Εγχειρίδιο διδασκαλίας μαθηματικών για χαρισματικούς μαθητές	37

Είσοδος

Σοβαρά παιχνίδια στη Διδασκαλία των Μαθηματικών - Μάθηση Παίζοντας!

Η εκμάθηση μαθηματικών μπορεί μερικές φορές να είναι προκλητική για μαθητές που συχνά αισθάνονται αποστροφή για το θέμα. Ωστόσο, χάρη στις προηγμένες εκπαιδευτικές τεχνολογίες, υπάρχει ένα νέο και συναρπαστικό εργαλείο που έχει τη δυνατότητα να μεταμορφώσει τον τρόπο με τον οποίο οι μαθητές μαθαίνουν μαθηματικά - σοβαρά παιχνίδια. Τα σοβαρά παιχνίδια είναι διαδραστικές εφαρμογές υπολογιστή που συνδυάζουν στοιχεία παιχνιδιού με μάθηση, επιτρέποντας στους μαθητές να μαθαίνουν διασκεδάζοντας. Στο σημερινό άρθρο, θα δούμε τα οφέλη από τη χρήση σοβαρών παιχνιδιών στη διδασκαλία των μαθηματικών.

1. Μια ελκυστική και παρακινητική μορφή μάθησης: Τα σοβαρά παιχνίδια εμπλέκουν τους μαθητές εισάγοντας στοιχεία του παιχνιδιού στη μαθησιακή διαδικασία. Ως αποτέλεσμα, οι μαθητές είναι πιο πιθανό να συμμετάσχουν στη μάθηση μαθηματικών καθώς έχουν την ευκαιρία να εξερευνήσουν, να ανακαλύψουν και να επιτύχουν με διαδραστικό και ελκυστικό τρόπο. Στοιχεία παιχνιδιού όπως ο ανταγωνισμός, τα βραβεία, τα επίπεδα δυσκολίας και η ανακάλυψη νέων κόσμων διεγείρουν τα κίνητρα των μαθητών να αυτοβελτιωθούν και να αποκτήσουν μαθηματικές γνώσεις.
2. Βελτιώστε τις δεξιότητες λογικής σκέψης: Τα σοβαρά παιχνίδια διδασκαλίας μαθηματικών αναπτύσσουν τις δεξιότητες λογικής σκέψης των μαθητών. Τα μαθηματικά παιχνίδια συχνά απαιτούν ανάλυση, επίλυση προβλημάτων, λήψη αποφάσεων και κριτική σκέψη. Οι μαθητές πρέπει να χρησιμοποιούν μαθηματικές στρατηγικές και τεχνικές για να επιτύχουν τους στόχους του παιχνιδιού. Με αυτόν τον τρόπο, αναπτύσσουν τις λογικές τους συλλογιστικές δεξιότητες, οι οποίες είναι εφαρμόσιμες όχι μόνο στα μαθηματικά, αλλά και σε άλλους τομείς της ζωής.
3. Εξατομίκευση της μαθησιακής διαδικασίας: Τα σοβαρά παιχνίδια σας επιτρέπουν να προσαρμόσετε το επίπεδο δυσκολίας στις ατομικές ανάγκες και δεξιότητες των μαθητών. Τα μαθηματικά παιχνίδια προσφέρουν συχνά

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

διαφορετικά επίπεδα δυσκολίας, καθιστώντας δυνατή την αντιστοίχιση των προκλήσεων με τις ικανότητες κάθε μαθητή. Οι μαθητές μπορούν να μάθουν με τον δικό τους ρυθμό, να αναπτύξουν δεξιότητες στο κατάλληλο επίπεδο και να προχωρήσουν στο επόμενο επίπεδο δυσκολίας καθώς προχωρούν.

4. Πρακτικά Μαθηματικά: Τα σοβαρά παιχνίδια επιτρέπουν στους μαθητές να εφαρμόζουν πρακτικά τα μαθηματικά στο πλαίσιο πραγματικών καταστάσεων. Τα μαθηματικά παιχνίδια παρουσιάζουν συχνά προβλήματα και προκλήσεις που απαιτούν τη χρήση μαθηματικών για την επίλυσή τους. Οι μαθητές μπορούν να πειραματιστούν, να εξερευνήσουν, να δημιουργήσουν στρατηγικές και να δοκιμάσουν τις μαθηματικές τους δεξιότητες στην πράξη. Αυτό δίνει τη δυνατότητα στους μαθητές να κατανοήσουν πώς τα μαθηματικά εφαρμόζονται στην καθημερινή ζωή και τους παρακινεί να μάθουν.

5. Συνεργασία και αλληλεπίδραση: Τα σοβαρά παιχνίδια συχνά προσφέρουν ευκαιρίες για συνεργασία και αλληλεπίδραση μεταξύ των μαθητών. Οι μαθητές μπορούν να λύσουν μαθηματικά προβλήματα, να λάβουν αποφάσεις και να λύσουν προβλήματα μαζί. Αυτή η συνεργασία αναπτύσσει δεξιότητες επικοινωνίας και ομαδικής εργασίας και διδάσκει στους μαθητές πώς να συνεργάζονται και να ανταλλάσσουν ιδέες αποτελεσματικά.

Περίληψη: Τα σοβαρά παιχνίδια είναι ένα καινοτόμο εργαλείο διδασκαλίας μαθηματικών που μετατρέπει την παραδοσιακή διαδικασία μάθησης σε μια διαδραστική και συναρπαστική περιπέτεια. Μέσα από τα στοιχεία των παιχνιδιών, οι μαθητές έχουν την ευκαιρία να ανακαλύψουν, να πειραματιστούν και να αποκτήσουν μαθηματικές γνώσεις με ελκυστικό και παρακινητικό τρόπο. Τα σοβαρά παιχνίδια αναπτύσσουν δεξιότητες λογικής σκέψης, επιτρέπουν την εξατομίκευση της μαθησιακής διαδικασίας, συνδυάζουν τα μαθηματικά με την πρακτική εφαρμογή και προάγουν τη συνεργασία μεταξύ των μαθητών. Γι' αυτό αξίζει να χρησιμοποιείτε σοβαρά παιχνίδια στη διδασκαλία των μαθηματικών, ώστε οι μαθητές να μαθαίνουν μέσα από το παιχνίδι και να αναπτύσσουν τις μαθηματικές τους δεξιότητες με καινοτόμο και διαδραστικό τρόπο.

Τα μαθηματικά είναι ένα εξαιρετικά σημαντικό μάθημα που αναπτύσσει τη λογική σκέψη, την επίλυση προβλημάτων και τις δεξιότητες ανάλυσης δεδομένων. Ωστόσο, οι μαθητές μπορεί συχνά να δυσκολεύονται να κατανοήσουν αφηρημένες μαθηματικές έννοιες.

Το iSafetyApp είναι μια διαδραστική εφαρμογή Ιστού που ενσωματώνει διάφορα στοιχεία μαθηματικών σε ένα ασφαλές διαδικτυακό περιβάλλον. Η

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

εφαρμογή μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως εισαγωγή σε ένα νέο θέμα μαθηματικών.

Αξίζει να ξεκινήσετε ή να τελειώσετε ένα μάθημα χρησιμοποιώντας μια εφαρμογή που θα επιτρέψει στους μαθητές να κάνουν ένα ταξίδι στον εικονικό κόσμο στον οποίο τους αρέσει πολύ να βρίσκονται.

Δώστε οδηγίες στους μαθητές να κατεβάσουν την εφαρμογή:

Παιχνίδι Safety Escape - Εφαρμογές στο Google Play

<https://play.google.com/store/apps/details?id=com.bgs.safetyescapegame>

Αναπτύχθηκε ως μέρος του έργου Erasmus +, ο οδηγός περιέχει πρόσθετο υλικό για τη διδασκαλία επιλεγμένων μαθηματικών θεμάτων. Σας ενθαρρύνουμε να χρησιμοποιείτε σύνολα εργασιών, συμβουλές διδασκαλίας, προτάσεις για τη χρήση μαθηματικών θεμάτων για την επίλυση διαφόρων προβλημάτων.

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ



[To zdjęcie](#), autor: Nieznany autor, licencja: [CC BY](#)

ΑΛΓΕΒΡΑ

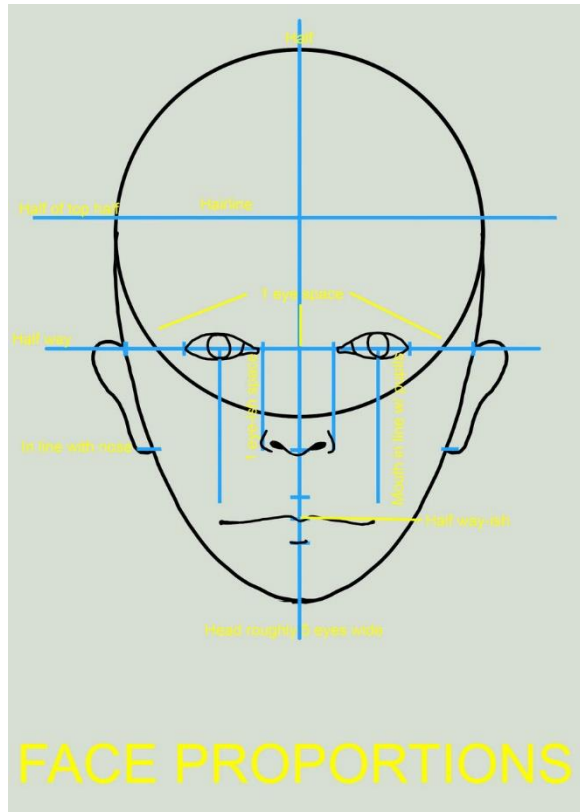
1. Εφαρμογή της άλγεβρας στην καθημερινή ζωή: Δώστε στους μαθητές διαφορετικά παραδείγματα πραγματικών καταστάσεων όπου μπορεί να εφαρμοστεί η άλγεβρα. Για παράδειγμα, ζητήστε τους να λύσουν ένα πρόβλημα με τον προϋπολογισμό του νοικοκυριού, να υπολογίσουν τους τόκους ή να ερμηνεύσουν στατιστικά δεδομένα. Μέσα από αυτό, οι μαθητές θα δουν την πρακτική εφαρμογή της άλγεβρας και θα κατανοήσουν πώς μπορεί να βοηθήσει στην καθημερινότητά τους.
2. Επιτραπέζιο παιχνίδι Equation: Δημιουργήστε ένα διαδραστικό επιτραπέζιο παιχνίδι όπου οι μαθητές πρέπει να λύσουν εξισώσεις για να μετακινηθούν στον πίνακα. Κάθε πεδίο στον πίνακα μπορεί να περιέχει μια εξίσωση και οι μαθητές πρέπει να την λύσουν για να προχωρήσουν στο επόμενο πεδίο. Αυτή η μέθοδος διδασκαλίας της άλγεβρας επιτρέπει στους μαθητές να εξασκηθούν στην επίλυση εξισώσεων με διασκεδαστικό και συναρπαστικό τρόπο.
3. Ερευνητικό έργο: Ζητήστε από τους μαθητές να κάνουν μια ερευνητική εργασία που περιλαμβάνει τη χρήση της άλγεβρας. Για παράδειγμα, μπορούν να μελετήσουν την ανάπτυξη των φυτών ανάλογα με την ποσότητα του ηλιακού

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

φωτός, τη θερμοκρασία και την ποσότητα νερού. Οι μαθητές θα χρειαστεί να συλλέξουν δεδομένα και να τα αναλύσουν χρησιμοποιώντας άλγεβρα για να βρουν τα σωστά μοτίβα και σχέσεις.

4. Προσομοιώσεις υπολογιστή: Χρησιμοποιήστε λογισμικό προσομοίωσης υπολογιστή που επιτρέπει στους μαθητές να πειραματιστούν και να δουν πώς οι αλλαγές στις αλγεβρικές εξισώσεις επηρεάζουν τα αποτελέσματα. Για παράδειγμα, μπορούν να προσομοιώσουν τις κινήσεις των πλανητών στο ηλιακό σύστημα και να πειραματιστούν με διάφορες παραμέτρους όπως πλανητικές μάζες και αποστάσεις. Αυτή η διαδραστική προσέγγιση θα επιτρέψει στους μαθητές να δουν στην πράξη πώς η άλγεβρα μπορεί να εφαρμοστεί για να μοντελοποιήσει και να προβλέψει διάφορα φαινόμενα.

5. Εργασίες πραγματικού προβλήματος: Προετοιμάστε ένα σύνολο προβληματικών εργασιών που σχετίζονται με πραγματικές καταστάσεις όπως οικονομικά προβλήματα, χωρική γεωμετρία, διαδρομές ταξιδιού κ.λπ. Οι μαθητές θα πρέπει να εντοπίσουν τις σχετικές εξισώσεις και να τις λύσουν για να βρουν μια λύση το πρόβλημα. Αυτή η πρακτική προσέγγιση για την εκμάθηση της άλγεβρας θα επιτρέψει στους μαθητές να δουν πώς μπορεί να εφαρμοστεί σε διάφορα περιβάλλοντα ζωής.



[To zdjęcie](#), autor: Nieznany autor, licencja: [CC BY-NC-ND](#)

ΑΝΑΛΟΓΙΕΣ

1. . Σχεδιασμός μαγειρικής αναλογίας: Ζητήστε από τους μαθητές να ετοιμάσουν μια συνταγή για ένα πιάτο, αλλά με περιορισμούς στις αναλογίες των συστατικών. Για παράδειγμα, μπορεί να χρειαστεί να φτιάξουν μάφιν, αλλά θα πρέπει να διατηρηθούν οι αναλογίες αλευριού, ζάχαρης και βουτύρου. Αυτό θα βοηθήσει τους μαθητές να κατανοήσουν τη σημασία των αναλογιών και πώς επηρεάζουν το τελικό προϊόν.

2. Μελέτη των αναλογιών στην αρχιτεκτονική: Προτείνετε ένα έργο στους μαθητές να μελετήσουν τις αναλογίες σε κτίρια και αρχιτεκτονικές κατασκευές. Μπορούν να μελετήσουν την αναλογία ύψους προς πλάτος σε διαφορετικά κτίρια ή να αναλύσουν τις αναλογίες που χρησιμοποιούνται στην κλασική αρχιτεκτονική, όπως οι αναλογίες της χρυσής τομής. Οι μαθητές θα χρειαστεί να συλλέξουν δεδομένα και να σχεδιάσουν γραφήματα για να κατανοήσουν τη σημασία της αναλογίας στην αρχιτεκτονική.

3. Παντοπωλείο και μονάδες μέτρησης: Ζητήστε από τους μαθητές να κάνουν μια εικονική επίσκεψη σε ένα παντοπωλείο όπου θα πρέπει να συγκρίνουν τις τιμές διαφορετικών προϊόντων και να καθορίσουν ποιο προϊόν είναι πιο κερδοφόρο με βάση την αναλογία τιμής προς ποσότητα. Αυτή η δραστηριότητα Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

θα επιτρέψει στους μαθητές να εφαρμόσουν αναλογίες με πρακτικό τρόπο και να αναπτύξουν τις δεξιότητές τους στα μαθηματικά ψώνια.

4. Αναλογίες στην τέχνη: Εισάγετε τους μαθητές στις αναλογίες στην τέχνη, όπως οι αναλογίες του ανθρώπινου σώματος σε ένα σχέδιο. Ζητήστε τους να ζωγραφίσουν το πορτρέτο στις σωστές αναλογίες. Μπορούν επίσης να μελετήσουν τις αναλογίες στα έργα διάσημων καλλιτεχνών και να αναλύσουν πώς οι αναλογίες επηρεάζουν τη σύνθεση και την υποδοχή ενός έργου.

5. Αναλογίες στη χαρτογραφία: Το έργο είναι να σχεδιάσουμε έναν χάρτη μιας συγκεκριμένης περιοχής, τηρώντας όμως τις αναλογίες. Οι μαθητές θα πρέπει να εξετάσουν την κλίμακα και την αναλογία των αποστάσεων στον χάρτη προς τις πραγματικές αποστάσεις στο έδαφος. Αυτή η άσκηση θα τους βοηθήσει να κατανοήσουν πώς χρησιμοποιούνται οι αναλογίες στη χαρτογραφία και πόσο σημαντικό είναι να αναπαριστούν με ακρίβεια τον πραγματικό κόσμο στους χάρτες.

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\
 &= \frac{-(-10) \pm \sqrt{72}}{2(7)} && \text{Positive discriminant} \\
 &= \frac{10 \pm \sqrt{36 \cdot 2}}{14} \\
 &= \frac{10 \pm 6\sqrt{2}}{14} \\
 &= \frac{\cancel{14} (5 \pm 3\sqrt{2})}{\cancel{14}_7} \\
 &= \frac{5 \pm 3\sqrt{2}}{7} && \text{Two real solutions}
 \end{aligned}$$

[To zdjcie](#), autor: Nieznany autor, licencja: [CC BY-SA-NC](#)

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ

1. Εφαρμογή συστημάτων εξισώσεων σε προβλήματα πραγματικού κόσμου: Εισάγετε τους μαθητές σε διάφορα προβλήματα του πραγματικού κόσμου που μπορούν να μοντελοποιηθούν χρησιμοποιώντας συστήματα εξισώσεων. Για παράδειγμα, προβλήματα που σχετίζονται με το χημικό μείγμα, τη διανομή ή το κόστος παραγωγής. Ζητήστε από τους μαθητές να διατυπώσουν ένα σύστημα εξισώσεων και στη συνέχεια να το λύσουν για να βρουν μια λύση στο

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

πρόβλημα. Αυτή η πρακτική προσέγγιση θα επιτρέψει στους μαθητές να δουν πώς χρησιμοποιούνται συστήματα εξισώσεων για τη μοντελοποίηση και την επίλυση καταστάσεων πραγματικού κόσμου.

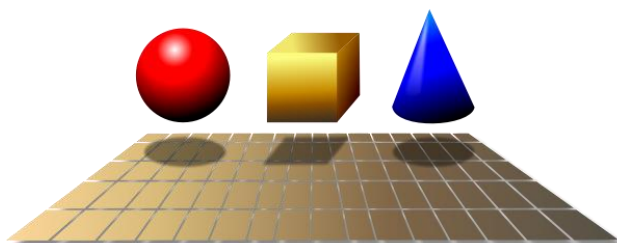
2. Διαδραστικό επιτραπέζιο παιχνίδι: Δημιουργήστε ένα διαδραστικό επιτραπέζιο παιχνίδι όπου οι μαθητές πρέπει να λύσουν συστήματα εξισώσεων για να προχωρήσουν στα διαφορετικά επίπεδα του παιχνιδιού. Κάθε επίπεδο μπορεί να περιέχει ένα διαφορετικό σύνολο εξισώσεων και οι μαθητές θα πρέπει να εφαρμόσουν κατάλληλες τεχνικές και δεξιότητες για να βρουν μια λύση. Αυτή η μέθοδος εμπλέκει τους μαθητές στο μάθημα των συστημάτων εξισώσεων.

3. Προσομοιώσεις υπολογιστή: Χρησιμοποιήστε λογισμικό προσομοίωσης υπολογιστή που επιτρέπει στους μαθητές να πειραματιστούν και να δουν πώς οι αλλαγές στα συστήματα εξισώσεων επηρεάζουν τα αποτελέσματα. Για παράδειγμα, μπορούν να προσομοιώσουν τις κινήσεις των ουράνιων σωμάτων στο διάστημα και να πειραματιστούν με διάφορες παραμέτρους όπως μάζες σώματος και δυνάμεις βαρύτητας. Οι μαθητές θα είναι σε θέση να παρατηρήσουν πώς οι αλλαγές στα συστήματα εξισώσεων επηρεάζουν τις τροχιές και τη συμπεριφορά των αντικειμένων.

4. Προβλήματα βελτιστοποίησης: Δώστε στους μαθητές προβλήματα βελτιστοποίησης όπου πρέπει να βρουν τις τιμές των μεταβλητών που μεγιστοποιούν ή ελαχιστοποιούν κάποια συνάρτηση. Αυτά μπορεί να είναι προβλήματα που σχετίζονται με το μέγιστο κέρδος, το ελάχιστο κόστος ή τον ελάχιστο χρόνο για την ολοκλήρωση της εργασίας. Οι μαθητές θα πρέπει να διατυπώσουν ένα σύστημα εξισώσεων με βάση ένα δεδομένο πρόβλημα και να το λύσουν για να βρουν τη βέλτιστη λύση.

5. Ερευνητική εργασία: Ζητήστε από τους μαθητές να πραγματοποιήσουν μια ερευνητική εργασία που περιλαμβάνει τη χρήση συστημάτων εξισώσεων. Για παράδειγμα, μπορούν να μελετήσουν τις σχέσεις μεταξύ διαφορετικών μεταβλητών στην έρευνα, την οικονομία ή άλλους τομείς. Οι μαθητές θα χρειαστεί να συλλέξουν δεδομένα, να τα αναλύσουν και να διατυπώσουν ένα σύστημα εξισώσεων για να βρουν σχέσεις και να εξηγήσουν τα αποτελέσματα. Αυτή η βασισμένη σε έργο προσέγγιση για συστήματα μάθησης εξισώσεων αναπτύσσει ερευνητικές δεξιότητες και λογική σκέψη.

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ



1. Μελετήστε γεωμετρικά σχήματα με υλικά χειρισμού: Παρέχετε στους μαθητές χειριστικά υλικά όπως γεωμετρικά τετράγωνα, μοντέλα πλαστικών μορφών, χορδές κ.λπ. Ζητήστε τους να πειραματιστούν με τη δημιουργία διαφορετικών σχημάτων και να αναλύσουν τις ιδιότητές τους, όπως αριθμός πλευρών, γωνίες, εμβαδόν και όγκος. Αυτή η πρακτική προσέγγιση θα επιτρέψει στους μαθητές να εξερευνήσουν τη γεωμετρία διαδραστικά και να κατανοήσουν τις βασικές της έννοιες.

2. Συμμετρία γύρω μας: Ζητήστε από τους μαθητές να αναζητήσουν συμμετρία στον κόσμο γύρω τους. Μπορούν να φωτογραφίσουν συμμετρικά αντικείμενα όπως φύλλα, κτίρια, σχέδια χαλιών κ.λπ. Στη συνέχεια, ζητήστε τους να αναλύσουν τη συμμετρία αυτών των αντικειμένων, να αναγνωρίσουν τους τύπους συμμετρίας (κεντρική, κεντρική κ.λπ.) και να δημιουργήσουν τα δικά τους συμμετρικά σχέδια. Αυτό βοηθά τους μαθητές να δουν πώς η συμμετρία είναι παρούσα σε διαφορετικά περιβάλλοντα και αναπτύσσει τις παρατηρητικές τους δεξιότητες.

3. Γεωμετρικές κατασκευές: Εισάγετε τους μαθητές στις γεωμετρικές κατασκευές χρησιμοποιώντας πυξίδα, χάρακα και μοιρογνωμόνιο. Ζητήστε τους να κατασκευάσουν διάφορα σχήματα όπως τρίγωνα, τετράγωνα, ορθογώνια κ.λπ., χρησιμοποιώντας συγκεκριμένες παραμέτρους, όπως μήκη πλευρών ή τιμές γωνιών. Στη συνέχεια, ζητήστε τους να μελετήσουν τις ιδιότητες αυτών

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

των σχημάτων και να παρατηρήσουν τα σχέδια. Αυτή η δραστηριότητα αναπτύσσει τις κατασκευαστικές δεξιότητες και την ικανότητα λογικής σκέψης.

4. Γεωμετρικοί γρίφοι και παζλ: Εισάγετε τους μαθητές σε διάφορα γεωμετρικά παζλ και παζλ που απαιτούν την εφαρμογή λογικής σκέψης και γεωμετρικών δεξιοτήτων επίλυσης προβλημάτων. Για παράδειγμα, παζλ σχετικά με τη διάταξη των μπλοκ σε συγκεκριμένα σχήματα, προβλήματα με τον προσδιορισμό άγνωστων διαστάσεων σχημάτων κ.λπ. Αυτό ενθαρρύνει τους μαθητές να σκεφτούν δημιουργικά και να λύσουν γεωμετρικές δυσκολίες.

5. Γεωμετρικός σχεδιασμός: Ζητήστε από τους μαθητές να πραγματοποιήσουν ένα γεωμετρικό έργο, για παράδειγμα να σχεδιάσουν τη δική τους πόλη ή πάρκο χρησιμοποιώντας διαφορετικά γεωμετρικά σχήματα. Οι μαθητές θα πρέπει να εξετάσουν τις αναλογίες, τη συμμετρία, τη χωρική διάταξη και άλλα στοιχεία της γεωμετρίας για να δημιουργήσουν έναν συνεκτικό και ενδιαφέροντα χώρο. Αυτή η σχεδιαστική προσέγγιση αναπτύσσει τις σχεδιαστικές δεξιότητες, τις χωρικές ικανότητες και τη δημιουργικότητα των μαθητών.

Παρακίνηση μαθητών με ασθενέστερο πνευματικό δυναμικό να μάθουν μαθηματικά



To zdjęcie, autor: Nieznany autor, licencja: CC BY-SA

1. Η παρακίνηση μαθητών με χαμηλότερη πνευματική ικανότητα να μάθουν μαθηματικά μπορεί να είναι μια πρόκληση, αλλά υπάρχουν πολλές στρατηγικές που μπορούν να βοηθήσουν στη διαδικασία. Εδώ είναι μερικές προτάσεις:
2. Εξατομικεύστε τη μάθηση: Προσαρμόστε τη διδακτική σας προσέγγιση στις ανάγκες και τις ικανότητες κάθε μαθητή. Αναγνωρίστε τα δυνατά και τα αδύνατα σημεία τους στα μαθηματικά και αναπτύξτε ένα εξατομικευμένο σχέδιο μάθησης που είναι προσαρμοσμένο στο επίπεδό τους. Οι μαθητές νιώθουν περισσότερο κίνητρα όταν αισθάνονται ότι τους κατανοούν και έχουν ατομική υποστήριξη.
3. Χρήση πρακτικών παραδειγμάτων: Τα μαθηματικά παραδείγματα που βασίζονται σε πραγματικές καταστάσεις και προβλήματα μπορούν να βοηθήσουν τους μαθητές με ασθενέστερες πνευματικές δυνατότητες να κατανοήσουν την εφαρμογή των μαθηματικών στην καθημερινή ζωή. Δείξτε τους πώς τα μαθηματικά είναι πρακτικά και χρήσιμα για να αυξήσουν το κίνητρό τους.
4. Χρήση πολυμέσων και τεχνολογίας: Χρησιμοποιήστε πολυμέσα, μαθηματικά παιχνίδια, εφαρμογές, διαδραστικά διαδικτυακά εργαλεία και προγράμματα

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

υπολογιστή για να βοηθήσετε τους μαθητές να μάθουν μαθηματικά με έναν ελκυστικό και διαδραστικό τρόπο. Τέτοιες μέθοδοι μπορεί να ενδιαφέρουν τους μαθητές που αντιμετωπίζουν δυσκολίες με την παραδοσιακή προσέγγιση των μαθηματικών.

5. Δημιουργήστε ένα θετικό περιβάλλον στην τάξη: Δημιουργήστε μια ατμόσφαιρα αμοιβαίου σεβασμού, υποστήριξης και θετικής προσέγγισης στην εκμάθηση των μαθηματικών. Επαινέστε την πρόοδο των μαθητών, αναγνωρίστε τις προσπάθειές τους και γιορτάστε κάθε επιτυχία. Τα κίνητρα αυξάνονται όταν οι μαθητές νιώθουν αξία και ασφάλεια στο περιβάλλον τους.

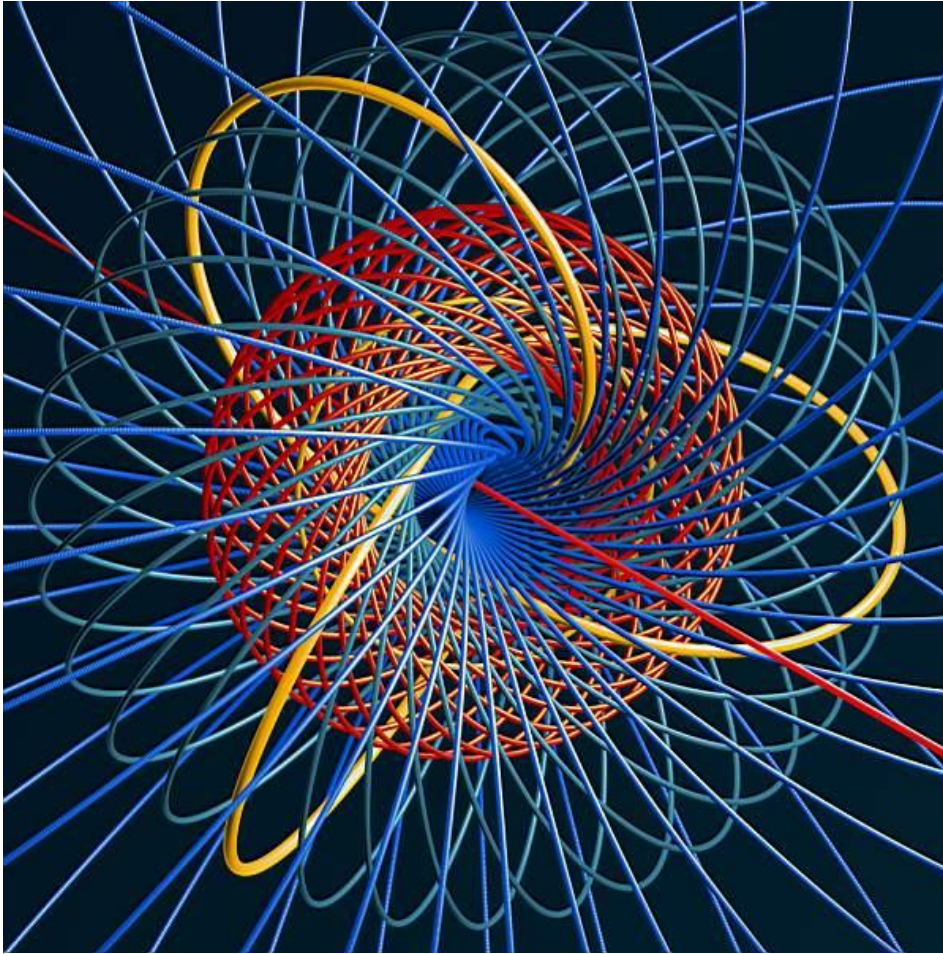
6. Χρησιμοποιήστε μια ποικιλία μεθόδων διδασκαλίας: Χρησιμοποιήστε μια ποικιλία μεθόδων διδασκαλίας, όπως ομαδική εργασία, διδακτικά παιχνίδια, χειρισμούς, πρακτικές ασκήσεις και οπτικοποιήσεις. Η διαφοροποίηση των μεθόδων επιτρέπει την ποικιλία και την προσαρμογή σε διαφορετικά στυλ μάθησης.

7. Ενδιάμεσοι στόχοι και ανταμοιβές: Θέστε βραχυπρόθεσμους στόχους για τους μαθητές και επιβραβεύστε τους για την επίτευξη αυτών των στόχων. Οι στόχοι πρέπει να είναι επιτεύξιμοι και να σχετίζονται συγκεκριμένα με την πρόοδο στην εκμάθηση των μαθηματικών. Έμμεσες ανταμοιβές όπως έπαινοι, πιστοποιητικά, κονκάρδες ή μικρά δώρα μπορούν να παρακινήσουν περαιτέρω τους μαθητές.

8. Εύρεση ενδιαφερόντων και παθών: Προσπαθήστε να βρείτε τομείς των μαθηματικών που παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον για μαθητές με χαμηλότερο πνευματικό δυναμικό. Μπορεί να είναι γεωμετρία, στατιστικά, λογικά παιχνίδια κ.λπ. Η ανακάλυψη και η ανάπτυξη πάθους για τα μαθηματικά μπορεί να συμβάλει σε μεγαλύτερα κίνητρα για μάθηση.

Είναι σημαντικό να θυμάστε ότι κάθε μαθητής είναι διαφορετικός, επομένως είναι σημαντικό να προσαρμόζονται στρατηγικές παρακίνησης στις ατομικές ανάγκες και προτιμήσεις του μαθητή. Η οικοδόμηση μιας θετικής σχέσης, η υποστήριξη, η υπομονή και η επιμονή είναι το κλειδί για την αποτελεσματική παρακίνηση των μαθητών με ασθενέστερες πνευματικές δυνατότητες να μάθουν μαθηματικά.

Ακολουθούν μερικές ιδέες οπτικοποίησης που μπορούν να σας βοηθήσουν να μάθετε άλγεβρα:



[To zdjęcie](#), autor: Nieznany autor, licencja: [CC BY-SA](#)

Μεταβλητή χειραγώγηση:

Ετοιμάστε ένα σετ από έγχρωμες μεταβλητές κάρτες. Βάλτε μια μεταβλητή σε κάθε κάρτα, για παράδειγμα "x" ή "y". Ζητήστε από τους μαθητές να χρησιμοποιήσουν αυτές τις κάρτες όταν λύνουν αλγεβρικές εξισώσεις ή εκφράσεις. Με τον φυσικό χειρισμό των μεταβλητών, θα έχουν καλύτερη ιδέα για τις αλγεβρικές πράξεις και θα κατανοήσουν πώς οι μεταβλητές επηρεάζουν τα αποτελέσματα.

Μοντελοποίηση γραμμικών εξισώσεων:

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

Ζητήστε από τους μαθητές να δημιουργήσουν μοντέλα που αντιπροσωπεύουν γραμμικές εξισώσεις. Μπορούν να χρησιμοποιήσουν π.χ. μπλοκ, χρωματιστές ρίγες ή άλλα υλικά. Για παράδειγμα, για την εξίσωση " $2x + 3y = 8$ ", μπορεί να χρησιμοποιήσουν 2 πλακίδια που αντιπροσωπεύουν το "x", 3 πλακίδια που αντιπροσωπεύουν το "y" και 8 πλακίδια που αντιπροσωπεύουν την τιμή στη δεξιά πλευρά της εξίσωσης. Με το χειρισμό και τη μετάφραση αυτών των στοιχείων, οι μαθητές θα κατανοήσουν καλύτερα τις γραμμικές εξισώσεις και τις λύσεις τους.

Αλγεβρική γεωμετρία:

Ενθαρρύνετε τους μαθητές να εξερευνήσουν τη σχέση μεταξύ γεωμετρίας και άλγεβρας. Ζητήστε τους να επιλέξουν ένα γεωμετρικό σχήμα, όπως ένα ορθογώνιο, τρίγωνο ή κύκλο και, στη συνέχεια, να υπολογίσουν τις διαφορετικές τιμές που σχετίζονται με αυτό το σχήμα, όπως περίμετρος, εμβαδόν, διαγώνιες κ.λπ. Οι μαθητές μπορούν να χρησιμοποιήσουν αλγεβρικούς τύπους για να υπολογίσουν αυτές τις τιμές και να δουν πώς η άλγεβρα σχετίζεται με τη γεωμετρία.

Ένα επιτραπέζιο παιχνίδι με αλγεβρικά προβλήματα:

Δημιουργήστε ένα επιτραπέζιο παιχνίδι για τους μαθητές για την επίλυση αλγεβρικών προβλημάτων. Τοποθετήστε διαφορετικά κουτιά προβλημάτων στον πίνακα και οι μαθητές θα κινηθούν γύρω από τον πίνακα, λύνοντας αλγεβρικά προβλήματα για να κερδίσουν βαθμούς ή να πετύχουν στόχους. Ένα επιτραπέζιο παιχνίδι μπορεί να είναι τόσο εκπαιδευτικό όσο και διασκεδαστικό, παρέχοντας έναν διαδραστικό τρόπο εκμάθησης και ενίσχυσης των αλγεβρικών δεξιοτήτων.

Να θυμάστε ότι τα γραφικά είναι ένα ισχυρό εργαλείο για την εκμάθηση της άλγεβρας καθώς βοηθούν τους μαθητές να δουν οπτικά αφηρημένες έννοιες και σχέσεις αριθμών. Δίνουν επίσης την ευκαιρία να πειραματιστούν και να συμμετέχουν ενεργά στη μαθησιακή διαδικασία, γεγονός που μπορεί να αυξήσει το ενδιαφέρον και τη συμμετοχή των μαθητών.

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

Ακολουθεί ένα σύνολο προβλημάτων άλγεβρας για μαθητές που δυσκολεύονται να μάθουν μαθηματικά.

Οι εργασίες έχουν σχεδιαστεί για να παρέχουν πρακτικά παραδείγματα και να εισάγουν τους μαθητές σταδιακά στον κόσμο της άλγεβρας. Να θυμάστε ότι μπορείτε να προσαρμόσετε τη δυσκολία και τον αριθμό των εργασιών ανάλογα με το επίπεδο των μαθητών.

1. Αλγεβρικές εκφράσεις:

α) Αναδιάταξη των παρακάτω αλγεβρικών παραστάσεων συνδυάζοντας παρόμοιους όρους:

- $2x + 5y - 3x + 2y$

- $4a^2 + 3a + 2a^2 - 5a$

β) Υπολογίστε την τιμή των παραστάσεων με δεδομένες τις τιμές των μεταβλητών:

- $3x + 2y$, για $x = 4$, $y = 6$

- $2a^2 - 3a + 4$, για $a = 2$

2. Γραμμικές εξισώσεις:

α) Λύστε τις γραμμικές εξισώσεις:

- $2x + 3 = 7$

- $4\varepsilon - 8 = 20$

β) Να βρείτε τις τιμές των x και y στην εξίσωση: $2x + 3y = 10$ αν $x = 2$.

3. Τετραγωνικές εξισώσεις:

4. α) Λύστε τις δευτεροβάθμιες εξισώσεις:

- $x^2 - 5x + 6 = 0$

- $2y^2 + 3y - 2 = 0$

• β) Να βρείτε τις ρίζες της δευτεροβάθμιας εξίσωσης: $3x^2 - 7x + 2 = 0$.

5. Αναλογίες και κλίμακες:

α) Υπολογίστε τις τιμές που λείπουν στην αναλογία: $x/4 = 6/12$.

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

β) Η κλίμακα του χάρτη είναι $1 \text{ cm} : 10 \text{ km}$. Αν στο χάρτη ένα τμήμα είναι 8 cm , πόσα χιλιόμετρα αντιπροσωπεύει;

6. Εφαρμογή αλγεβρικών μοντέλων:

α) Χρησιμοποιώντας την εξίσωση $y = mx + c$, σχεδιάστε τη συνάρτηση όπου $m = 2$ και $c = 3$.

β) Ο τύπος $A = P(1 + r/n)^{nt}$ περιγράφει την υπολειμματική αξία της επένδυσης, όπου A είναι η υπολειμματική αξία, P είναι η αρχική αξία της επένδυσης, r είναι το ετήσιο επιτόκιο, n είναι ο αριθμός των περιόδων σύνθεσης ανά έτος και t είναι ο αριθμός των ετών. Υπολογίστε την υπολειμματική αξία της επένδυσης για $P = 5000$, $r = 0,05$, $n = 4$ και $t = 3$.

7. Εργασία με λειτουργίες:

α) Υπολογίστε τη συνάρτηση $f(x) = 2x^2 - 3x + 5$ για $x = 2$.

β) Να παρασταθεί η συνάρτηση $g(x) = -x^2 + 4x - 3$.

Θυμηθείτε ότι είναι σημαντικό να απαντήσετε στους μαθητές, να εξηγήσετε τα βήματα λύσης και να τους βοηθήσετε να κατανοήσουν τις αλγεβρικές έννοιες. Αυτό το φύλλο εργασίας έχει σχεδιαστεί για να εισαγάγει τους μαθητές στην άλγεβρα και να αναπτύξουν σταδιακά τις δεξιότητές τους σε αυτόν τον τομέα.

Ένας οδηγός για την επίλυση των εργασιών:

1. Αλγεβρικές εκφράσεις: α) Για να ταξινομήσουμε αλγεβρικές παραστάσεις, συνδυάζουμε παρόμοιους όρους. Προσθέτουμε ή αφαιρούμε εκφράσεις με τις ίδιες μεταβλητές και βαθμούς.

$$\bullet 2x + 5y - 3x + 2y = (2x - 3x) + (5y + 2y) = -x + 7y$$

$$\bullet 4a^2 + 3a + 2a^2 - 5a = (4a^2 + 2a^2) + (3a - 5a) = 6a^2 - 2a$$

β) Για να αξιολογήσουμε τις εκφράσεις που δίνονται στις τιμές των μεταβλητών, αντικαθιστούμε τις τιμές των μεταβλητών στις παραστάσεις και εκτελούμε τους υπολογισμούς.

$$\bullet \text{Για } x = 4, y = 6: 3x + 2y = 3(4) + 2(6) = 12 + 12 = 24$$

$$\bullet \text{Για } a = 2: 2a^2 - 3a + 4 = 2(2^2) - 3(2) + 4 = 2(4) - 6 + 4 = 8 - 6 + 4 = 6$$

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

2. Γραμμικές εξισώσεις: α) Για να λύσουμε γραμμικές εξισώσεις, μετακινούμε όλους τους όρους των μεταβλητών στη μία πλευρά και τους αριθμούς στην άλλη πλευρά για να πάρουμε x ή y .

$$\bullet 2x + 3 = 7 \quad 2x = 7 - 3 \quad 2x = 4 \quad x = 4/2 \quad x = 2$$

$$\bullet 4y - 8 = 20 \quad 4y = 20 + 8 \quad 4y = 28 \quad y = 28/4 \quad y = 7$$

β) Για να βρούμε τις τιμές των x και y στην εξίσωση $2x + 3y = 10$, αντικαθιστούμε $x = 2$ και υπολογίζουμε την τιμή του y : $2(2) + 3y = 10 \quad 4 + 3y = 10 \quad 3y = 10 - 4 \quad 3y = 6 \quad y = 6/3 \quad y = 2$

3. Τετραγωνικές εξισώσεις: α) Για να λύσουμε τετραγωνικές εξισώσεις, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη μέθοδο παραγοντοποίησης ή να εφαρμόσουμε τετραγωνικούς τύπους. Εάν η εξίσωση δεν μπορεί να συνυπολογιστεί, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη μέθοδο των τετραγωνικών εξισώσεων.

$$\bullet x^2 - 5x + 6 = 0 \quad (x - 2)(x - 3) = 0 \quad x = 2 \text{ ή } x = 3$$

$$\bullet 2y^2 + 3y - 2 = 0 \quad (2y - 1)(y + 2) = 0 \quad y = 1/2 \text{ ή } y = -2$$

β) Για να βρούμε τις ρίζες της δευτεροβάθμιας εξίσωσης $3x^2 - 7x + 2 = 0$, μπορούμε να λύσουμε την εξίσωση παραγοντοποιώντας ή χρησιμοποιώντας τετραγωνικούς τύπους.

$$\bullet (3x - 1)(x - 2) = 0 \quad x = 1/3 \text{ ή } x = 2$$

4. Αναλογίες και κλίμακες:

α) Για να υπολογίσουμε τις τιμές που λείπουν στην αναλογία $x/4 = 6/12$, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον κανόνα της ισότητας των διασταυρούμενων γινομένων. $x/4 = 6/12 \quad 12x = 4 * 6 \quad 12x = 24 \quad x = 24/12 \quad x = 2$

β) Η κλίμακα του χάρτη είναι $1 \text{ cm} : 10 \text{ km}$. Εάν το τμήμα στον χάρτη είναι 8 cm , για να υπολογίσουμε πόσα χιλιόμετρα αντιπροσωπεύει, πρέπει να πολλαπλασιάσουμε το μήκος του τμήματος στον χάρτη με την κλίμακα. $8 \text{ cm} * 10 \text{ km/cm} = 80 \text{ km}$

5. Εφαρμογή αλγεβρικών μοντέλων:

α) Χρησιμοποιώντας την εξίσωση $y = mx + c$, όπου $m = 2$ και $c = 3$, μπορούμε να σχεδιάσουμε τη συνάρτηση. Επιλέγουμε διαφορετικές τιμές x , υπολογίζουμε τις αντίστοιχες τιμές y και δημιουργούμε σημεία στο γράφημα που συνδέουμε με μια γραμμή. Παράδειγμα σημείων: $(0, 3)$, $(1, 5)$, $(2, 7)$, $(3, 9)$ κ.λπ.

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

β) Ο τύπος $A = P(1 + y/n)^{nt}$ περιγράφει την υπολειμματική αξία της επένδυσης. Αντικαθιστώντας τις τιμές των $P = 5000$, $r = 0,05$, $n = 4$ και $t = 3$ στον τύπο, μπορούμε να υπολογίσουμε την τελική τιμή του A . $A = 5000(1 + 0,05/4)^{(4*3)}$ $A = 5000(1 + 0,0125)^{(12)}$ $A = 5000(1,0125)^{(12)}$ $A \approx 5000 * 1,159$ $A \approx 5795$

6. Εργασία με λειτουργίες:

α) Για να υπολογίσουμε την τιμή της συνάρτησης $f(x) = 2x^2 - 3x + 5$ για $x = 2$, αντικαθιστούμε $x = 2$ στην εξίσωση και κάνουμε τους υπολογισμούς. $f(2) = 2(2^2) - 3(2) + 5$ $f(2) = 2(4) - 6 + 5$ $f(2) = 8 - 6 + 5$ $f(2) = 7$

β) Για να σχεδιάσουμε τη συνάρτηση $g(x) = -x^2 + 4x - 3$, επιλέγουμε διαφορετικές τιμές x , υπολογίζουμε τις αντίστοιχες τιμές y και δημιουργούμε σημεία στο γράφημα που συνδέουμε με μια γραμμή. Παραδείγματα σημείων: $(-2, -15)$, $(-1, -8)$, $(0, -3)$, $(1, 0)$ κ.λπ.

Με αυτόν τον οδηγό, οι μαθητές θα έχουν σαφή καθοδήγηση για την επίλυση προβλημάτων άλγεβρας και θα μπορούν να εργαστούν για να αυξήσουν τις δεξιότητές τους σε αυτόν τον τομέα των μαθηματικών. Θυμηθείτε να τους δώσετε βοήθεια και εξηγήσεις αν συναντήσουν δυσκολίες.

Ακολουθούν ορισμένες απεικονίσεις που μπορούν να σας βοηθήσουν να μάθετε τις αναλογίες:



[To zdjęcie](#), autor:
Nieznaný autor,
licencja: [CC BY-SA](#)

Αναλογικό σετ χάρακα: Προετοιμάστε πολλούς χάρακες διαφορετικού μήκους (π.χ. 1 cm, 2 cm, 3 cm, κ.λπ.). Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε έναν χάρακα ή

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

άλλα εργαλεία σχεδίασης. Βάλτε τα δίπλα-δίπλα σε ένα κομμάτι χαρτί και δείτε πώς κλιμακώνονται. Αυτό θα σας βοηθήσει να δείτε πώς η αναλογία μήκους ποικίλλει ανάλογα με το μέγεθος.

Σχεδιάστε γεωμετρικά σχήματα: Επιλέξτε ένα γεωμετρικό σχήμα, όπως τρίγωνο, τετράγωνο, ορθογώνιο ή κύκλο. Στη συνέχεια σχεδιάστε πολλές παραλλαγές του ίδιου σχήματος, αλλά σε διαφορετικές αναλογίες. Για παράδειγμα, σχεδιάστε τρίγωνα με διαφορετικά μήκη πλευρών και συγκρίνετε τις αναλογίες τους. Αυτό θα σας βοηθήσει να καταλάβετε πώς η αλλαγή των αναλογιών επηρεάζει την εμφάνιση του σχήματος.

Δίπλωμα του χαρτιού: Πάρτε ένα κομμάτι χαρτί και διπλώστε το σε διαφορετικές αναλογίες. Μπορείτε να ξεκινήσετε με ένα ορθογώνιο και να το διπλώσετε στη μέση, τρίτο, τέταρτο κ.λπ. Αυτό θα σας βοηθήσει να δείτε πώς αλλάζει η αναλογία μήκους και πλάτους ανάλογα με το πώς το διπλώνετε.

Σύγκριση αντικειμένων: Συλλέξτε διάφορα αντικείμενα διαφορετικών μεγεθών, όπως φρούτα, στυλό, βιβλία κ.λπ. Τοποθετήστε τα δίπλα-δίπλα και συγκρίνετε τα μεγέθη τους. Μπορείτε επίσης να χρησιμοποιήσετε κουτιά για να δημιουργήσετε διαφορετικές αναλογίες σε τρεις διαστάσεις.

Σχεδίαση αναλογιών σώματος: Εάν ενδιαφέρεστε να μάθετε τις αναλογίες του ανθρώπινου σώματος, μπορείτε να χρησιμοποιήσετε διαφορετικές τεχνικές σχεδίασης, όπως η διαίρεση των αναλογιών στο κεφάλι για να δημιουργήσετε μια απεικόνιση αναλογιών. Υπάρχουν πολλά διαδικτυακά σεμινάρια που σας δείχνουν πώς να σχεδιάζετε τις αναλογίες του ανθρώπινου σώματος, λαμβάνοντας υπόψη τις διαφορετικές αναλογίες μεταξύ των μερών του σώματος.

Να θυμάστε ότι η εκμάθηση των αναλογιών απαιτεί εξάσκηση και παρατήρηση. Χρησιμοποιήστε αυτές τις απεικονίσεις ως εργαλείο για να κατανοήσετε καλύτερα πώς οι αναλογίες επηρεάζουν διαφορετικά αντικείμενα και σχέδια.

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

Ακολουθεί ένα σύνολο φύλλων εργασίας αναλογιών για μαθητές που αντιμετωπίζουν προβλήματα στην εκμάθηση μαθηματικών:

Άσκηση 1:

Στο κατάστημα πουλάνε 3 μπουκάλια χυμού για 6 PLN. Πόσο είναι τα 7 μπουκάλια χυμού?

Άσκηση 2:

Στον χάρτη η απόσταση μεταξύ των δύο πόλεων είναι 9 εκατοστά. Εάν η κλίμακα του χάρτη είναι 1 εκατοστό = 50 χιλιόμετρα, ποια είναι η πραγματική απόσταση μεταξύ αυτών των πόλεων?

Άσκηση 3:

Στο γήπεδο ποδοσφαίρου, η ομάδα Α έχει 18 παίκτες και η ομάδα Β έχει 15 παίκτες. Πόσους παίκτες έχει η ομάδα Γ αν η αναλογία μεταξύ του αριθμού των παικτών της ομάδας Α και της ομάδας Β είναι 3:5?

Εργασία 4:

Στην κάτοψη του σπιτιού, η αναλογία μεταξύ του πραγματικού μήκους του δωματίου και του μήκους του στην κάτοψη είναι 1:50. Εάν το μήκος του δωματίου στην κάτοψη είναι 8 εκατοστά, ποιο είναι το πραγματικό μήκος του δωματίου?

Εργασία 5:

Για να ψήσετε 24 μπισκότα, χρειάζεστε 3 φλιτζάνια αλεύρι. Πόσα φλιτζάνια αλεύρι θα χρειαστούν για να ψηθούν 40 μπισκότα?

Εργασία 6:

Η ταχύτητα του ήχου στον αέρα είναι περίπου 340 μέτρα ανά δευτερόλεπτο. Πόσο καιρό θα πάρει ο ήχος για να διανύσει 1,5 km?

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

Εργασία 7:

Στην παιδική χαρά, 12 παιδιά παίζουν σε 3 κούνιες. Πόσες κούνιες θα χρειαστούν αν θέλουν να παίξουν 24 παιδιά?

Εργασία 8:

Σε ένα τρίγωνο ABC, ο λόγος της πλευράς AB προς την πλευρά BC είναι 3:4 και η πλευρά BC είναι 12 εκατοστά. Πόσα εκατοστά είναι η πλευρά AB?

Εργασία 9:

Δύο αυτοκίνητα κινούνται ταυτόχρονα από δύο διαφορετικά σημεία το ένα προς το άλλο. Το αυτοκίνητο A ταξιδεύει με 60 km/h και το αυτοκίνητο B με 80 km/h. Αν η απόσταση μεταξύ τους είναι 240 χιλιόμετρα, πόσες ώρες θα χρειαστούν για να συναντηθούν?

Εργασία 10:

Στο χορό τα $\frac{2}{5}$ των συμμετεχόντων είναι αγόρια και οι υπόλοιποι κορίτσια. Εάν ο αριθμός των αγοριών είναι 60, πόσοι είναι οι συμμετέχοντες στον χορό?

Ακολουθεί ένας οδηγός για την επίλυση ενός συνόλου προβλημάτων αναλογιών:

Άσκηση 1:

Χρησιμοποιήστε την αναλογία για να βρείτε την τιμή 1 φιάλης χυμού. Διαιρέστε 6 PLN με 3 μπουκάλια για να λάβετε την τιμή ενός μπουκαλιού ($6 / 3 = \text{PLN } 2$). Στη συνέχεια πολλαπλασιάστε την τιμή ενός μπουκαλιού (PLN 2) με τον αριθμό των φιαλών (7) για να βρείτε το κόστος 7 φιαλών χυμού ($2 * 7 = \text{PLN } 14$).

Απάντηση: 7 μπουκάλια χυμού κοστίζουν 14 PLN.

Άσκηση 2:

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

Για να βρείτε την πραγματική απόσταση μεταξύ των πόλεων, πολλαπλασιάστε την απόσταση στον χάρτη (9 εκατοστά) με την κλίμακα του χάρτη (50 χιλιόμετρα ανά εκατοστό). Ως αποτέλεσμα, θα έχετε την πραγματική απόσταση μεταξύ των πόλεων.

$$\text{Υπολογισμός: } 9 \text{ cm} * 50 \text{ km/cm} = 450 \text{ km}$$

Απάντηση: Η πραγματική απόσταση μεταξύ των πόλεων είναι 450 χιλιόμετρα.

Άσκηση 3:

Για να βρείτε τον αριθμό των παικτών στην ομάδα Γ, χρησιμοποιήστε την αναλογία. Η αναλογία μεταξύ του αριθμού των παικτών από την ομάδα Α και την ομάδα Β είναι 3:5. Υπολογίστε πρώτα τον κοινό παρονομαστή: $3 + 5 = 8$. Στη συνέχεια διαιρέστε τον αριθμό των παικτών με τον κοινό παρονομαστή και πολλαπλασιάστε με το 8 για να βρείτε τον αριθμό των παικτών για την ομάδα Γ.

$$\text{Υπολογισμός: } (18/8) * 8 = 18$$

Απάντηση: Η ομάδα Γ έχει 18 παίκτες.

Εργασία 4:

Για να βρείτε το πραγματικό μήκος του δωματίου, διαιρέστε το μήκος του δωματίου στην κάτοψη (8 εκατοστά) με την αναλογία (1:50). Πολλαπλασιάστε το αποτέλεσμα επί 50 για να πάρετε το πραγματικό μήκος του δωματίου.

$$\text{Υπολογισμός: } 8 \text{ cm} / 50 = 0,16 \text{ cm}$$

$$0,16\text{cm} * 50 = 8\text{cm}$$

Απάντηση: Το πραγματικό μήκος του δωματίου είναι 8 εκατοστά.

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

Εργασία 5:

Για να βρείτε τον αριθμό των φλιτζανιών αλεύρου που χρειάζονται για να ψήσετε 40 μπισκότα, χρησιμοποιήστε την αναλογία. Βρείτε την αναλογία μεταξύ του αριθμού των μπισκότων και της ποσότητας του αλευριού. Ξέρετε ότι για 24 μπισκότα απαιτούνται 3 φλιτζάνια αλεύρι. Διαιρέστε τον αριθμό των μπισκότων με το 24 και πολλαπλασιάστε με το 3 για να βρείτε τον αριθμό των φλιτζανιών αλεύρι που χρειάζονται για να ψήσετε 40 μπισκότα.

$$\text{Υπολογισμός: } (40/24) * 3 = 5$$

Απάντηση: Χρειάζεστε 5 φλιτζάνια αλεύρι για να ψήσετε 40 μπισκότα.

Εργασία 6:

Για να υπολογίσετε το χρόνο που χρειάζεται ο ήχος για να διανύσει μια απόσταση, διαιρέστε την απόσταση (1,5 χιλιόμετρα) με την ταχύτητα του ήχου (340 μέτρα ανά δευτερόλεπτο).

$$\text{Υπολογισμός: } 1,5 \text{ km} / 0,34 \text{ km/s} = 4,41 \text{ s}$$

Απάντηση: Ο ήχος θα χρειαστεί περίπου 4,41 δευτερόλεπτα για να διανύσει 1,5 χιλιόμετρα.

Εργασία 7:

Για να βρείτε τον αριθμό των κουνιών που χρειάζονται για 24 παιδιά, χρησιμοποιήστε την αναλογία. Η αναλογία του αριθμού των παιδιών προς τον αριθμό των αιωρήσεων είναι ίδια και για τις δύο περιπτώσεις. Διαιρέστε τον αριθμό των παιδιών με τον αριθμό των ταλαντεύσεων για 12 παιδιά και, στη συνέχεια, πολλαπλασιάστε το αποτέλεσμα με 24 παιδιά για να βρείτε τον αριθμό των ταλαντώσεων που χρειάζονται για 24 παιδιά.

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

Υπολογισμός: $(24/12) * 3 = 6$

Απάντηση: Χρειάζονται 6 κούνιες για να παίξουν 24 παιδιά.

Εργασία 8:

Η αναλογία του μήκους της πλευράς AB προς την πλευρά BC είναι 3:4 και το μήκος της πλευράς BC είναι 12 εκατοστά. Για να βρείτε το μήκος της πλευράς AB, διαιρέστε το μήκος της πλευράς BC με το 4 και στη συνέχεια πολλαπλασιάστε το αποτέλεσμα με 3.

Υπολογισμός: $(12 \text{ cm} / 4) * 3 = 9 \text{ cm}$

Απάντηση: Η πλευρά AB έχει μήκος 9 εκατοστά.

Εργασία 9:

Για να βρείτε το χρόνο πριν συναντηθούν δύο αυτοκίνητα, διαιρέστε την απόσταση μεταξύ τους (240 km) με το άθροισμα των ταχυτήτων τους (60 km/h + 80 km/h).

Υπολογισμός: $240 \text{ km} / (60 \text{ km/h} + 80 \text{ km/h}) = 2 \text{ ώρες}$

Απάντηση: Δύο αυτοκίνητα θα συναντηθούν μετά από 2 ώρες.

Εργασία 10:

Για να βρείτε τον αριθμό των συμμετεχόντων στο χορό, χρησιμοποιήστε την αναλογία. Γνωρίζετε ότι τα $2/5$ των συμμετεχόντων είναι αγόρια και ο αριθμός των αγοριών είναι 60. Διαιρέστε τον αριθμό των αγοριών με τα $2/5$ και, στη συνέχεια, πολλαπλασιάστε το αποτέλεσμα με 5.

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

Ακολουθεί μια πρόταση οπτικοποίησης για συστήματα διδασκαλίας εξισώσεων:

$$\begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} = -\frac{1}{m} R_t K_t R_t^T \dot{\zeta} - G \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} f_\phi \\ f_\theta \\ f_\psi \end{bmatrix} = -(I_T R_r)^{-1} \left[I_T \left(\frac{\partial R_r}{\partial \phi} \dot{\phi} + \frac{\partial R_r}{\partial \theta} \dot{\theta} \right) \dot{\eta} - K_r R_r \dot{\eta} - (R_r \dot{\eta}) \times (I_T R_r \dot{\eta}) \right] + \begin{bmatrix} \frac{c}{I_z} C_\phi T_\theta \sum_{i=1}^4 (-1)^{i+1} F_i \\ -\frac{c}{I_z} S_\phi \sum_{i=1}^4 (-1)^{i+1} F_i \\ \frac{d}{I_y} S_\phi S_{e_\theta} (F_3 - F_1) \end{bmatrix}$$

${}^1T_\theta$ and $S_{e(\cdot)}$ are respectively the abbreviations of $\tan(\cdot)$ and $\frac{1}{\cos(\cdot)}$

[To zdjęcie](#), autor: Nieznany autor, licencja: [CC BY-SA](#)

Πίνακας εξισώσεων: Ο δάσκαλος μπορεί να ετοιμάσει έναν μεγάλο πίνακα στον οποίο θα σχεδιαστούν οι εξισώσεις από το σύστημα των εξισώσεων. Κάθε εξίσωση πρέπει να τοποθετηθεί σε ξεχωριστή γραμμή. Για παράδειγμα:

$$2x + 3y = 10$$

$$x - y = 2$$

Variable Blocks: Χρησιμοποιήστε μπλοκ διαφορετικών χρωμάτων ή σχημάτων για να αναπαραστήσετε μεταβλητές. Για παράδειγμα, ας το μπλε μπλοκ αντιπροσωπεύει τη μεταβλητή "x" και το κίτρινο μπλοκ τη μεταβλητή "y". Μετακινώντας αυτά τα μπλοκ κατά μήκος των εξισώσεων στον πίνακα, οι μαθητές θα μπορούν να δουν πώς οι μεταβλητές επηρεάζουν τις εξισώσεις.

Βέλη και ετικέτες: Χρησιμοποιήστε βέλη για να υποδείξετε τους εκχωρημένους συντελεστές στις μεταβλητές. Για παράδειγμα, ένα βέλος από ένα μπλοκ "2x" μπορεί να υποδεικνύει έναν παράγοντα "2" και ένα βέλος από ένα μπλοκ "3y" μπορεί να υποδεικνύει έναν παράγοντα "3". Επιπλέον, σημειώστε τις εξισώσεις ως "1", "2", "3" κ.λπ. για να διευκολύνετε την εύρεση συγκεκριμένων εξισώσεων κατά τη διάρκεια των επεξηγήσεων.

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

Χειρισμός μπλοκ: Ζητήστε από τους μαθητές να χειριστούν τα μπλοκ των μεταβλητών μετακινώντας τα σύμφωνα με τα μαθηματικά που θέλουν να εφαρμόσουν στις εξισώσεις. Για παράδειγμα, εάν η εξίσωση απαιτεί την προσθήκη 2 στο "x", οι μαθητές μπορούν να μετακινήσουν το μπλοκ "x" 2 μονάδες προς τα δεξιά. Αυτό θα τους βοηθήσει να δουν πώς αυτή η λειτουργία επηρεάζει την εξίσωση.

Επισημάνση κοινών λύσεων: Επισημάνετε τη συγκεκριμένη θέση των μπλοκ που αντιπροσωπεύουν τις τιμές λύσης ενός συστήματος εξισώσεων. Μπορείτε να το κάνετε αυτό με κύκλους ή τετράγωνα γύρω από τα μπλοκ. Δείξτε στους μαθητές πώς η θέση των μπλοκ μαζί σημαίνει την επίλυση ενός συστήματος εξισώσεων.

Γραφήματα: Σχεδιάστε εξισώσεις στον καρτεσιανό άξονα, όπου ο άξονας "x" αντιπροσωπεύει μια μεταβλητή και ο άξονας "y" αντιπροσωπεύει την άλλη μεταβλητή. Δείξτε στους μαθητές πώς οι τομές γραφημάτων αντιπροσωπεύουν λύσεις σε ένα σύστημα εξισώσεων.

Διαδραστικά διαδικτυακά εργαλεία: Χρησιμοποιήστε διαδικτυακά διαδραστικά εργαλεία που επιτρέπουν στους μαθητές να πειραματιστούν με συστήματα εξισώσεων. Υπάρχουν πολλές εφαρμογές και ιστότοποι που σας επιτρέπουν να δημιουργείτε και να χειρίζεστε εξισώσεις, οι οποίες μπορούν να βοηθήσουν τους μαθητές να κατανοήσουν καλύτερα την έννοια των συστημάτων εξισώσεων.

Ακολουθεί ένα σύνολο συστημάτων εξισώσεων δραστηριοτήτων για μαθητές με μαθησιακές δυσκολίες μαθηματικών:

1. Λύστε το ακόλουθο σύστημα εξισώσεων χρησιμοποιώντας τη μέθοδο αντικατάστασης:

$$2x + 3y = 10$$

$$x - y = 2$$

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

2. Λύστε το ακόλουθο σύστημα εξισώσεων με εξάλειψη:

$$3x + 2y = 8$$

$$2x - y = 1$$

3. Λύστε γραφικά το ακόλουθο σύστημα εξισώσεων:

$$y = 2x - 3$$

$$y = -x + 5$$

4. Λύστε το ακόλουθο σύστημα εξισώσεων χρησιμοποιώντας τη μέθοδο αντικατάστασης:

$$4x + 5y = 17$$

$$2x + y = 7$$

5. Λύστε το ακόλουθο σύστημα εξισώσεων με εξάλειψη:

$$3x + 4y = 11$$

$$6x + 8y = 22$$

6. Λύστε γραφικά το ακόλουθο σύστημα εξισώσεων:

$$2x + 3y = 6$$

$$4x - y = 8$$

7. Λύστε το ακόλουθο σύστημα εξισώσεων χρησιμοποιώντας τη μέθοδο αντικατάστασης:

$$2x - y = 5$$

$$3x + 2y = 8$$

8. Λύστε το ακόλουθο σύστημα εξισώσεων με εξάλειψη:

$$5x + 3y = 12$$

$$4x + 2y = 10$$

9. Λύστε γραφικά το ακόλουθο σύστημα εξισώσεων:

$$y = -2x + 4$$

$$y = 3x - 1$$

10. Λύστε το ακόλουθο σύστημα εξισώσεων χρησιμοποιώντας τη μέθοδο αντικατάστασης:

$$3x - 2y = 7$$

$$x + 4y = 5$$

Ακολουθεί ένας οδηγός για την επίλυση προβλημάτων με συστήματα εξισώσεων:

Επίλυση του συστήματος εξισώσεων με μέθοδο αντικατάστασης:

α) Δείτε την πρώτη εξίσωση: $2x + 3y = 10$. Μπορούμε να λύσουμε αυτήν την εξίσωση εκφράζοντας μια μεταβλητή (x ή y) από τη δεύτερη εξίσωση.

β) Δείτε τη δεύτερη εξίσωση: $x - y = 2$. Μπορούμε να εκφράσουμε το x από αυτή την εξίσωση: $x = y + 2$.

γ) Αντικαταστήστε αυτήν την παράσταση με x στην πρώτη εξίσωση: $2(y + 2) + 3y = 10$.

δ) Αναπτύξτε την αγκύλη: $2y + 4 + 3y = 10$.

ε) Να αντιστοιχίσετε τους όρους με το y : $5y + 4 = 10$.

στ) Αφαιρέστε 4 και από τις δύο πλευρές της εξίσωσης: $5y = 6$.

ζ) Διαιρέστε και τις δύο πλευρές με το 5: $y = 6/5 = 1,2$.

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

η) Τώρα, για να βρείτε το x , αντικαταστήστε την τιμή του y στη δεύτερη εξίσωση: $x = 1,2 + 2 = 3,2$.

ι) Η λύση σε αυτό το σύστημα εξισώσεων είναι $x = 3,2$ και $y = 1,2$.

Επίλυση συστήματος εξισώσεων με εξάλειψη:

α) Κοιτάξτε και τις δύο εξισώσεις και αποφασίστε ποια μεταβλητή θέλετε να απαλλαγείτε με την εξάλειψη. Σε αυτή την περίπτωση, θα εξαλείψουμε τη μεταβλητή x .

β) Πολλαπλασιάστε την πρώτη εξίσωση με 2 και τη δεύτερη εξίσωση με 3 για να ταιριάξετε τους συντελεστές στο x και να τους φέρετε σε αντίθετα πρόσημα: $4x + 6y = 20$ και $6x - 3y = 3$.

γ) Προσθέστε αυτές τις εξισώσεις: $(4x + 6y) + (6x - 3y) = 20 + 3$.

δ) Μείωση στη μορφή: $10x + 3y = 23$.

ε) Λύστε αυτήν την εξίσωση για να υπολογίσετε την τιμή μιας από τις μεταβλητές. Για παράδειγμα, εκφράζοντας το x από αυτήν την εξίσωση: $x = (23 - 3y) / 10$.

στ) Αντικαταστήστε αυτή την παράσταση με x σε μία από τις αρχικές εξισώσεις και λύστε την για να βρείτε την τιμή της δεύτερης μεταβλητής.

ζ) Σε αυτήν την περίπτωση, αντικαθιστώντας το $x = (23 - 3y) / 10$ στην πρώτη εξίσωση, παίρνουμε: $2((23 - 3y) / 10) + 3y = 10$.

η) Λύστε αυτήν την εξίσωση για να υπολογίσετε την τιμή y . Στη συνέχεια, αντικαταστήστε αυτήν την τιμή y σε μία από τις εξισώσεις για να υπολογίσετε την τιμή x .

ι) Η λύση σε αυτό το σύστημα εξισώσεων είναι $x = 3,2$ και $y = 1,2$.

Λύση του συστήματος εξισώσεων γραφικά:

α) Σχεδιάστε τις γραφικές παραστάσεις και των δύο εξισώσεων στο καρτεσιανό σύστημα, επισημαίνοντας τον άξονα x και τον άξονα y .

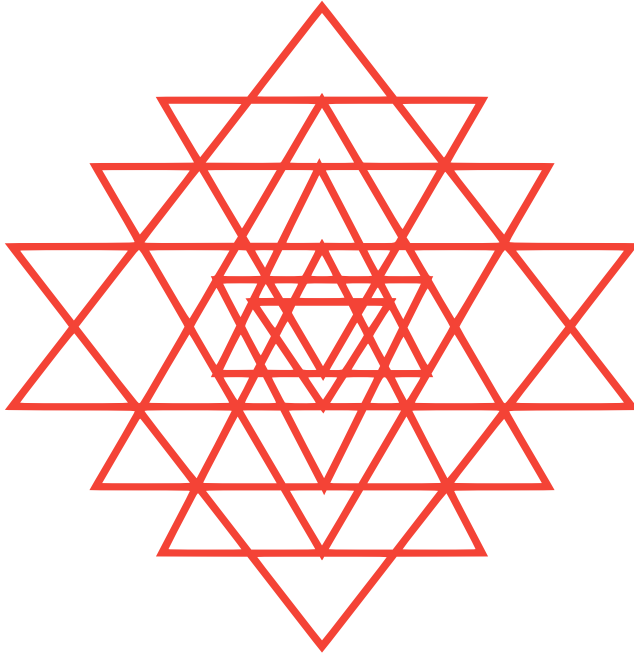
β) Να βρείτε την τομή των γραφημάτων. Αυτή είναι μια λύση σε ένα σύστημα εξισώσεων.

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

γ) Στην περίπτωση αυτή, η τομή των γραφημάτων αντιπροσωπεύει $x = 3,2$ και $y = 1,2$, που είναι λύση στο σύστημα των εξισώσεων.

Ακολουθούν ορισμένες απεικονίσεις που μπορούν να σας βοηθήσουν να μάθετε γεωμετρία:

Οπτικοποίηση γεωμετρικών σχημάτων:



Δημιουργήστε μια διαδραστική απεικόνιση διαφόρων γεωμετρικών σχημάτων όπως τρίγωνα, ορθογώνια, τετράγωνα, κύκλους, κ.λπ. Η απεικόνιση πρέπει να δείχνει τις διαστάσεις και τις αναλογίες των σχημάτων, έτσι ώστε οι μαθητές να μπορούν να δουν τα χαρακτηριστικά και τις σχέσεις τους.

Διαδραστικό σχέδιο διασποράς:

Σχεδιάστε διάφορα σημεία στο χώρο σε ένα διάγραμμα διασποράς και οι μαθητές μπορούν να τα χειριστούν μετακινώντας, κλιμακώνοντας ή περιστρέφοντάς τα. Αυτό θα τους βοηθήσει να κατανοήσουν έννοιες όπως οι συντεταγμένες σημείων, το καρτεσιανό σύστημα και οι αποστάσεις μεταξύ σημείων.

Προσομοίωση γωνίας:

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

Δημιουργήστε μια οπτικοποίηση που σας επιτρέπει να χειρίζεστε τις γωνίες. Οι μαθητές μπορούν να αλλάξουν τις τιμές των γωνιών και να παρατηρήσουν πώς αλλάζουν τα μεγέθη τους και πώς επηρεάζουν τις σχέσεις μεταξύ άλλων γωνιών.

Οπτικοποίηση θεωρημάτων γεωμετρίας:

Οραματιστείτε γεωμετρικά θεωρήματα όπως το Πυθαγόρειο θεώρημα, το θεώρημα του Θαλή και ο νόμος των ημιτόνων. Μέσω κινούμενων εικόνων και αλληλεπίδρασης, οι μαθητές θα μπορούν να δουν πώς λειτουργούν αυτά τα θεωρήματα με παραδείγματα συγκεκριμένων γεωμετρικών σχημάτων.

Κινούμενα σχέδια γεωμετρικών κατασκευών:

Δημιουργήστε κινούμενα σχέδια που δείχνουν τη διαδικασία κατασκευής διαφόρων γεωμετρικών σχημάτων, όπως παράλληλες γραμμές, ορθογώνια και αξονική συμμετρία. Αυτό θα βοηθήσει τους μαθητές να κατανοήσουν οπτικά τα βήματα κατασκευής και τις σχέσεις μεταξύ των διαφορετικών στοιχείων.

Ακολουθεί ένα σύνολο εργασιών γεωμετρίας για μαθητές που αντιμετωπίζουν προβλήματα στην εκμάθηση μαθηματικών:

1. Εργασία: Βρείτε το εμβαδόν ενός ορθογωνίου με μήκος πλευράς 5 cm και πλάτος πλευράς 8 cm.

Ερώτηση: Να βρείτε την περίμετρο ενός ισόπλευρου τριγώνου του οποίου η πλευρά είναι 6 cm.

Πρόβλημα: Υπολογίστε τον όγκο ενός κύβου με μήκος άκρης 4 cm.

2. Εργασία: Υπολογίστε την περιφέρεια ενός κύκλου με ακτίνα 5 cm.

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

Ερώτηση: Να βρείτε το μήκος της διαγωνίου ενός παραλληλογράμμου με πλευρές 9 cm και 12 cm.

3. Εργασία: Υπολογίστε το εμβαδόν ενός τραπεζοειδούς με βάσεις μήκους 5 cm και 8 cm και ύψος 6 cm.

Πρόβλημα: Βρείτε το εμβαδόν ενός ορθογώνιου τριγώνου του οποίου τα σκέλη είναι 3 cm και 4 cm.

4. Εργασία: Υπολογίστε τον όγκο ενός κώνου με ακτίνα βάσης 2 cm και ύψος 6 cm.

5. Εργασία: Υπολογίστε την περίμετρο ενός τετραγώνου με πλευρές μήκους 7 cm.

Ερώτηση: Βρείτε το εμβαδόν ενός τριγώνου με βάση 10 cm και ύψος 8 cm.

Είναι καλή ιδέα να παρέχετε στους μαθητές σχέδια ή διαγράμματα για να τους βοηθήσετε να οπτικοποιήσουν και να κατανοήσουν το πρόβλημα. Ενθαρρύνετε τους μαθητές να χρησιμοποιούν κατάλληλους τύπους και εξισώσεις για την επίλυση γεωμετρικών προβλημάτων.

Να θυμάστε ότι ως δάσκαλος, μπορείτε να προσαρμόσετε τη δυσκολία αυτών των εργασιών στο επίπεδο και τις δεξιότητες των μαθητών σας προσαρμόζοντας τις αριθμητικές τιμές ή προσθέτοντας πρόσθετες συνθήκες. Είναι σημαντικό να παρέχετε επαρκείς εξηγήσεις και καθοδήγηση σε περίπτωση δυσκολιών των μαθητών.

Ακολουθεί ένας οδηγός για την επίλυση ενός συνόλου γεωμετρικών προβλημάτων:

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

1. Εργασία: Βρείτε το εμβαδόν ενός ορθογωνίου με μήκος πλευράς 5 cm και πλάτος πλευράς 8 cm.

Το εμβαδόν ενός ορθογωνίου υπολογίζεται πολλαπλασιάζοντας το μήκος της πλευράς επί το πλάτος. Σε αυτήν την περίπτωση, το εμβαδόν του ορθογωνίου = $5 \text{ cm} * 8 \text{ cm} = 40 \text{ cm}^2$.

Ερώτηση: Να βρείτε την περίμετρο ενός ισόπλευρου τριγώνου του οποίου η πλευρά είναι 6 cm.

Ένα ισόπλευρο τρίγωνο έχει όλες τις πλευρές ίσου μήκους. Η περίμετρος ενός ισόπλευρου τριγώνου υπολογίζεται πολλαπλασιάζοντας το μήκος μιας πλευράς επί 3. Στην περίπτωση αυτή, η περίμετρος ενός ισόπλευρου τριγώνου = $6 \text{ cm} * 3 = 18 \text{ cm}$.

Πρόβλημα: Υπολογίστε τον όγκο ενός κύβου με μήκος άκρης 4 cm.

Ο όγκος ενός κύβου υπολογίζεται ανυψώνοντας το μήκος των άκρων στην τρίτη δύναμη. Σε αυτήν την περίπτωση, ο όγκος του κύβου = $4 \text{ cm} * 4 \text{ cm} * 4 \text{ cm} = 64 \text{ cm}^3$.

2. Εργασία: Υπολογίστε την περιφέρεια ενός κύκλου με ακτίνα 5 cm.

Η περιφέρεια ενός κύκλου υπολογίζεται πολλαπλασιάζοντας την ακτίνα επί 2π (πi). Σε αυτή την περίπτωση, η περιφέρεια ενός κύκλου = $5 \text{ cm} * 2\pi \approx 31,42 \text{ cm}$.

Ερώτηση: Να βρείτε το μήκος της διαγωνίου ενός παραλληλογράμμου με πλευρές 9 cm και 12 cm.

Το μήκος της διαγωνίου ενός ορθογωνίου υπολογίζεται χρησιμοποιώντας το Πυθαγόρειο θεώρημα. Σε αυτήν την περίπτωση, το μήκος της διαγωνίου = $\sqrt{(9 \text{ cm}^2 + 12 \text{ cm}^2)} \approx 15 \text{ cm}$.

3. Εργασία: Υπολογίστε το εμβαδόν ενός τραπεζοειδούς με βάσεις μήκους 5 cm και 8 cm και ύψος 6 cm.

Το εμβαδόν ενός τραπεζοειδούς υπολογίζεται πολλαπλασιάζοντας το άθροισμα των μηκών των βάσεων με το ύψος και στη συνέχεια διαιρώντας με το 2. Στην περίπτωση αυτή, το εμβαδόν του τραπεζοειδούς = $(5 \text{ cm} + 8 \text{ cm}) * 6 \text{ cm} / 2 = 39 \text{ cm}^2$.

Πρόβλημα: Βρείτε το εμβαδόν ενός ορθογώνιου τριγώνου του οποίου τα σκέλη είναι 3 cm και 4 cm.

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

Το εμβαδόν ενός ορθογώνιου τριγώνου υπολογίζεται πολλαπλασιάζοντας το μήκος μιας πλευράς με το μήκος της άλλης πλευράς και στη συνέχεια διαιρώντας με το 2. Σε αυτήν την περίπτωση, το εμβαδόν ενός ορθογώνιου τριγώνου = $(3 \text{ cm} * 4 \text{ cm}) / 2 = 6 \text{ cm}^2$.

4. Εργασία: Υπολογίστε τον όγκο ενός κώνου με ακτίνα βάσης 2 cm και ύψος 6 cm.

Ο όγκος του κώνου υπολογίζεται με τον τύπο $V = (1/3) * \pi * r^2 * h$, όπου r είναι η ακτίνα της βάσης, h το ύψος του κώνου. Σε αυτήν την περίπτωση, ο όγκος του κώνου = $(1/3) * \pi * (2 \text{ cm})^2 * 6 \text{ cm} \approx 25,13 \text{ cm}^3$.

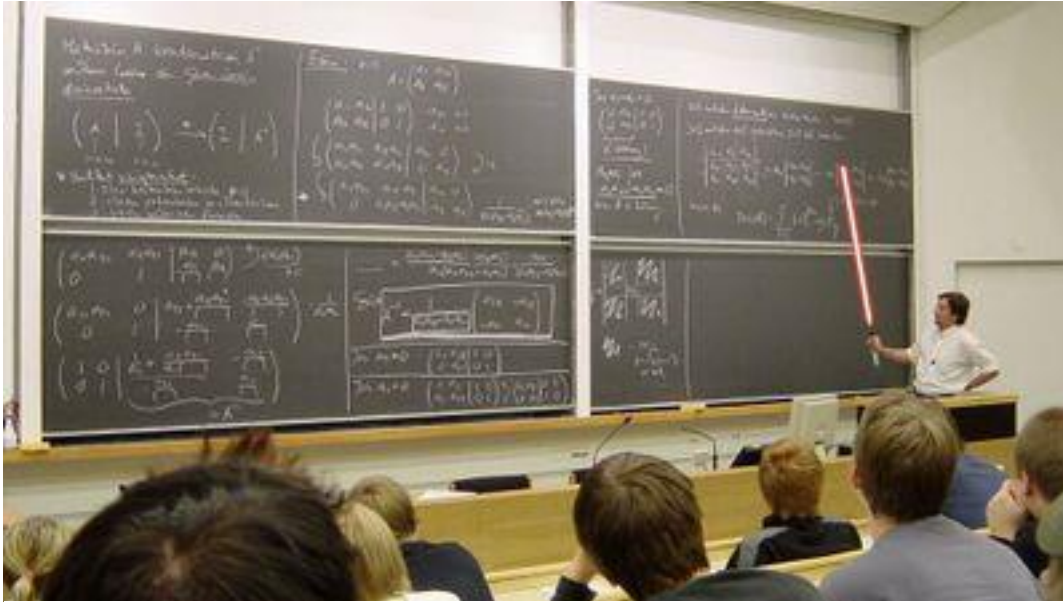
5. Εργασία: Υπολογίστε την περίμετρο ενός τετραγώνου με πλευρές μήκους 7 cm.

Η περίμετρος ενός τετραγώνου υπολογίζεται πολλαπλασιάζοντας το μήκος μιας πλευράς επί 4. Στην περίπτωση αυτή, η περίμετρος του τετραγώνου = $7 \text{ cm} * 4 = 28 \text{ cm}$.

Ερώτηση: Βρείτε το εμβαδόν ενός τριγώνου με βάση 10 cm και ύψος 8 cm.

Το εμβαδόν ενός τριγώνου υπολογίζεται πολλαπλασιάζοντας το μήκος της βάσης με το ύψος και στη συνέχεια διαιρώντας με το 2. Στην περίπτωση αυτή, το εμβαδόν του τριγώνου = $(10 \text{ cm} * 8 \text{ cm}) / 2 = 40 \text{ cm}^2$.

Να θυμάστε ότι είναι σημαντικό να κατανοήσετε τους τύπους και τις εξισώσεις που χρησιμοποιούνται σε κάθε εργασία, καθώς και την ακρίβεια των υπολογισμών και των μονάδων μέτρησης. Ενθαρρύνετε τους μαθητές να ελέγξουν τις απαντήσεις τους και την ακρίβεια των αποτελεσμάτων τους.



[To zdjęcie](#), autor: Nieznany autor, licencja: [CC BY-SA](#)

Οδηγός διδασκαλίας μαθηματικών για χαρισματικούς μαθητές

Η διδασκαλία των μαθηματικών σε χαρισματικούς μαθητές μπορεί να είναι μια πρόκληση, αλλά και μια ευκαιρία να αναπτύξετε τις δεξιότητες και το πάθος σας για αυτό το αντικείμενο. Παρακάτω είναι ένας οδηγός που μπορεί να σας βοηθήσει να διδάξετε αποτελεσματικά μαθηματικά σε προικισμένους μαθητές:

Διάγνωση επιπέδου δεξιοτήτων:

Κάντε μια ακριβή διάγνωση του επιπέδου μαθηματικών δεξιοτήτων κάθε μαθητή. Ανακαλύψτε τα δυνατά και τα αδύνατα σημεία τους και τους τομείς όπου έχουν περισσότερο ενδιαφέρον και δυνατότητες. Χάρη σε αυτό, θα είστε σε θέση να προσαρμόσετε την προσέγγιση και τα υλικά σας στις ατομικές ανάγκες τους.

Χρησιμοποιήστε σύνθετες εργασίες:

Οι χαρισματικοί μαθητές συχνά αναζητούν προκλήσεις. Ως εκ τούτου, αξίζει να τους παρέχουμε πρόσβαση σε πολύπλοκες και προηγμένες μαθηματικές εργασίες. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε ανοιχτά προβλήματα, καθημερινά μαθηματικά προβλήματα ή παζλ μαθηματικής λογικής. Είναι σημαντικό να τα ενθαρρύνουμε να σκέφτονται αναλυτικά και να λύνουν προβλήματα δημιουργικά.

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

Εξατομίκευση της μάθησης:

Δώστε την ευκαιρία στους προικισμένους μαθητές να μάθουν με τον ρυθμό που τους ταιριάζει καλύτερα. Παρέχετε τους πρόσθετα υλικά, πόρους και δραστηριότητες που σχετίζονται με τις δεξιότητες και τα ενδιαφέροντά τους. Μπορείτε επίσης να εξετάσετε το ενδεχόμενο διαβουλεύσεων ένας προς έναν όπου θα έχουν την ευκαιρία να εξερευνήσουν πιο προχωρημένα θέματα.

Εφαρμογή τεχνολογίας:

Επωφεληθείτε από τεχνολογικά εργαλεία όπως διαδραστικές εφαρμογές, προγράμματα μαθηματικής απεικόνισης, προσομοιώσεις και εργαλεία ανάπτυξης. Χάρη σε αυτά, οι ταλαντούχοι μαθητές θα είναι σε θέση να πειραματιστούν, να ανακαλύψουν νέες μαθηματικές έννοιες και να αναπτύξουν τις δεξιότητές τους στην επίλυση προβλημάτων.

Χρησιμοποιήστε μαθηματικά έργα:

Ενθαρρύνετε τους ταλαντούχους μαθητές να εργαστούν σε μαθηματικά έργα που περιλαμβάνουν έρευνα, ανάλυση δεδομένων και συλλογισμό. Τα έργα μπορούν να καλύπτουν διάφορους τομείς των μαθηματικών, όπως στατιστική, γεωμετρία, άλγεβρα ή ανάλυση δεδομένων. Αυτό θα τους επιτρέψει να εφαρμόσουν τις δεξιότητές τους στην πράξη και να αναπτύξουν όχι μόνο δεξιότητες μαθηματικών αλλά και δημιουργικές δεξιότητες σκέψης και παρουσίασης.

Ενθαρρύνετε τη συζήτηση και τη συνεργασία:

Οργανώστε συζητήσεις, παρουσιάσεις και εργαστήρια όπου ταλαντούχοι μαθητές έχουν την ευκαιρία να μοιραστούν τις ιδέες, τις λύσεις και τις μαθηματικές στρατηγικές τους. Η συνεργασία σε ομάδες θα τους επιτρέψει να ανταλλάξουν ιδέες και να μάθουν ο ένας από τον άλλο.

Υποστηρίξτε το πάθος τους:

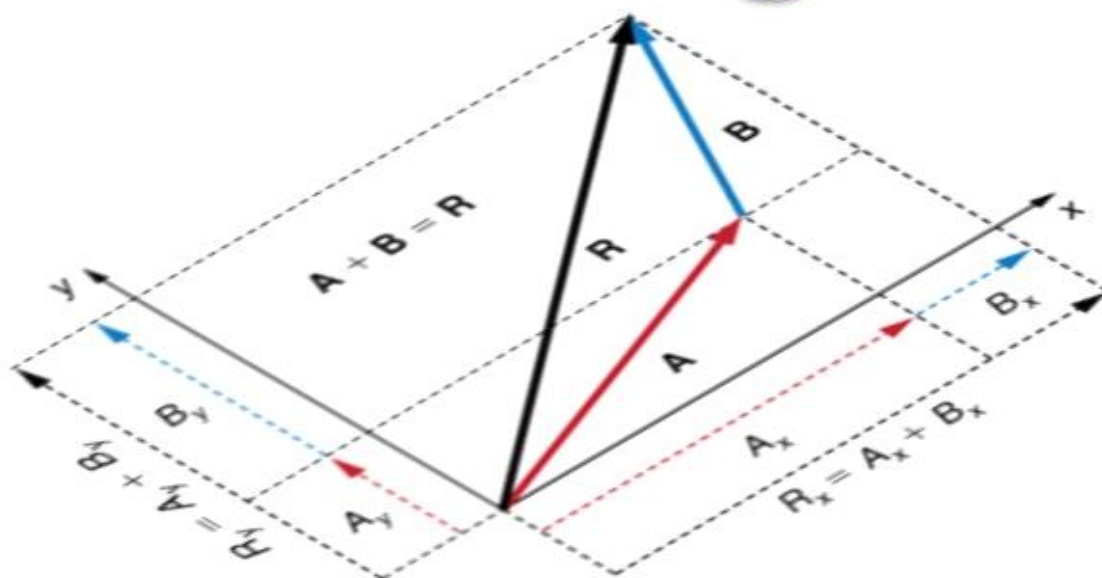
Γίνετε στήριγμα για τα πάθη και τα ενδιαφέροντα των μαθηματικά προικισμένων μαθητών. Δώστε τους την ευκαιρία να εξερευνήσουν

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

συγκεκριμένα θέματα, να συμμετάσχουν σε μαθηματικές Ολυμπιάδες, διαγωνισμούς ή άλλες μαθηματικές εκδηλώσεις. Αυτό θα τους επιτρέψει να αναπτύξουν τις ικανότητες και τις φιλοδοξίες τους.

Ανεξάρτητα από το πόσο ικανοί είναι οι μαθητές, είναι σημαντικό να αναπτύξουν το ενδιαφέρον τους για τα μαθηματικά, να τονώσουν την αναλυτική τους σκέψη και τη δημιουργική επίλυση προβλημάτων. Δίνοντάς τους την ευκαιρία να εξερευνήσουν και να ανακαλύψουν, ανοίγεται την πόρτα στη μαθηματική τους ανάπτυξη και επιτυχία.

Vector Algebra



[To zdjęcie](#), autor: Nieznany autor, licencja: [CC BY-SA-NC](#)

Οδηγός επίλυσης σκληρών προβλημάτων άλγεβρας:

Όταν λύνετε σύνθετες αλγεβρικές παραστάσεις, δώστε προσοχή σε παρόμοιους όρους και χρησιμοποιήστε τις ιδιότητες των αλγεβρικών πράξεων, όπως ο συνδυασμός και η απλοποίηση παραστάσεων.

Όταν λύνετε γραμμικές εξισώσεις, σκεφτείτε προσεκτικά ποια βήματα κάνετε για να αποφύγετε λάθη. Επεκτείνετε προσεκτικά και απλοποιήστε τις εξισώσεις και, στη συνέχεια, βρείτε τις τιμές x που ικανοποιούν την εξίσωση.

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

Κατά την επίλυση τετραγωνικών εξισώσεων, χρησιμοποιήστε κατάλληλες μεθόδους όπως η τετραγωνική μέθοδος, η παραγοντοποίηση, το συμπλήρωμα του τετραγώνου ή οι τύποι του Viete για να βρείτε τις ρίζες της εξίσωσης.

Όταν λύνετε ανισότητες, θυμηθείτε να αλλάξετε σωστά το πρόσημο και να λάβετε υπόψη τους περιορισμούς τομέα που μπορεί να επηρεάσουν τη λύση.

Όταν εργάζεστε με συναρτήσεις, υπολογίστε τιμές συναρτήσεων για δεδομένες τιμές του x , λύστε εξισώσεις και ανισώσεις και βρείτε μηδενικά και το πεδίο ορισμού μιας συνάρτησης.

Για πράξεις μήτρας, εκτελέστε προσεκτικά πολλαπλασιασμό πινάκων, πρόσθεση και αφαίρεση στοιχείων πίνακα και επίλυση συστημάτων εξισώσεων μήτρας.

Κατά τον υπολογισμό των λογαρίθμων, χρησιμοποιήστε τις ιδιότητες των λογαρίθμων, όπως ο λογάριθμος του αθροίσματος και της διαφοράς, ο λογάριθμος του γινομένου και του πηλίκου και χρησιμοποιήστε τις κατάλληλες ιδιότητες των λογαριθμικών εξισώσεων.

Κατά τον υπολογισμό πράξεων με μιγαδικούς αριθμούς, θυμηθείτε τις ιδιότητες της πρόσθεσης, της αφαίρεσης, του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης μιγαδικών αριθμών.

Όταν λύνετε εκθετικές εξισώσεις, χρησιμοποιήστε κατάλληλες μεθόδους όπως αντικατάσταση, λογάριθμους και ιδιότητες εκθετικών συναρτήσεων για να βρείτε την τιμή του x που ικανοποιεί την εξίσωση.

Θυμηθείτε να αναλύσετε το πρόβλημα, να χρησιμοποιήσετε τα σωστά εργαλεία και τεχνικές και να ελέγξετε τα αποτελέσματα για να βεβαιωθείτε ότι έχετε τη σωστή λύση.

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

Ενθαρρύνω τους μαθητές που είναι σε θέση να θέτουν ερωτήσεις, να θέτουν επιπλέον προβλήματα και να πειραματίζονται με διαφορετικές μεθόδους επίλυσης προβλημάτων. Η εξάσκηση, η αποφασιστικότητα και η περιέργεια είναι το κλειδί για τη βελτίωση των μαθηματικών σας δεξιοτήτων.

Εδώ είναι ένα σύνολο απαιτητικών προβλημάτων άλγεβρας:

Αλγεβρικές εκφράσεις:

α) Αναδιάταξη και απλοποίηση της παράστασης: $(2x^3 + 3x^2 - x + 4) - (x^3 - 2x^2 + 5x - 3)$

β) Να αναπτύξετε και να απλοποιήσετε την παράσταση: $(3x - 2y)^2$

Γραμμικές εξισώσεις:

α) Λύστε την εξίσωση: $2(3x + 4) - 5(2x - 1) = 3(2x + 1) - 4(x - 3)$

β) Λύστε την εξίσωση: $|2x - 5| = 7$

Τετραγωνικές εξισώσεις:

α) Λύστε την εξίσωση: $x^2 + 5x + 6 = 0$

β) Λύστε την εξίσωση: $2x^2 + 3x - 4 = 0$

Ανισότητες:

α) Λύστε την ανίσωση: $2x - 5 < 3x + 2$

β) Λύστε την ανίσωση: $(x - 3)(x + 2) > 0$

Λειτουργίες:

α) Υπολογίστε τη συνάρτηση $f(x) = (x^2 + 3x - 2)/(x - 1)$ για $x = 4$

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

β) Να βρείτε τα μηδενικά του $g(x) = x^3 - 2x^2 + x - 3$

Πίνακες:

α) Υπολογίστε το γινόμενο του πίνακα $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$ και $B = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

β) Λύστε το σύστημα των εξισώσεων πινάκων: $\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \end{bmatrix}$

Λογάριθμοι:

α) Λύστε την εξίσωση: $\log(x + 2) + \log(x - 1) = 2$

β) Αξιολογήστε την έκφραση: $\log(\sqrt{3}) + \log(\sqrt{27})$

Μιγαδικοί αριθμοί:

α) Να βρείτε τις ρίζες της μιγαδικής τετραγωνικής εξίσωσης: $z^2 + 4z + 5 = 0$

β) Αξιολογήστε την έκφραση: $(2 + 3i)(1 - 2i)$

Η έννοια της σύνθετης συνάρτησης:

α) Υπολογίστε $h(x) = \sqrt{2x + 3}$ αν $f(x) = x^2 - 4$ και $g(x) = 2x + 1$

β) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της σύνθετης συνάρτησης: $f(g(x))$ αν $f(x) = \sqrt{x}$ και $g(x) = 2x - 3$

Λύσεις εκθετικών εξισώσεων:

α) Λύστε την εξίσωση: $2^x - 3 = 5$

β) Λύστε την εξίσωση: $e^x - 2e^{-x} = 3$

Απαντήσεις σε εργασίες:

Αλγεβρικές εκφράσεις:

α) $(2x^3 + 3x^2 - x + 4) - (x^3 - 2x^2 + 5x - 3) = x^3 + 5x^2 - 6x + 7$

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

$$\beta) (3x - 2y)^2 = 9x^2 - 12xy + 4y^2$$

Γραμμικές εξισώσεις:

$$\alpha) \text{ Επίλυση της εξίσωσης: } x = -1/3$$

$$\beta) \text{ Επίλυση της εξίσωσης: } x = 6, x = -1$$

Τετραγωνικές εξισώσεις:

$$\alpha) \text{ Επίλυση της εξίσωσης: } x = -2, x = -3$$

$$\beta) \text{ Επίλυση της εξίσωσης: } x = 1/2, x = -4/3$$

Ανισότητες:

$$\alpha) \text{ Λύση της ανίσωσης: } x < 7$$

$$\beta) \text{ Λύση της ανίσωσης: } x < -2 \text{ ή } x > 3$$

Λειτουργίες:

$$\alpha) \text{ Η τιμή του } f(x) = (x^2 + 3x - 2)/(x - 1) \text{ για } x = 4 \text{ είναι } 21.$$

$$\beta) \text{ Τα μηδενικά του } g(x) = x^3 - 2x^2 + x - 3 \text{ είναι } x = -1, x = 1, x = 3.$$

Πίνακες:

$$\alpha) \text{ Το γινόμενο των πινάκων } A \text{ και } B \text{ είναι: } [7 \ -4; \ -19 \ 2]$$

$$\beta) \text{ Επίλυση του συστήματος των εξισώσεων πινάκων } [3 \ -2; \ 2 \ 1] * [x; y] = [7; 4] \\ \text{τότε } x = 1, y = 2.$$

Λογάριθμοι:

$$\alpha) \text{ Επίλυση της εξίσωσης: } x = 3, x = 0$$

$$\beta) \text{ Η τιμή της παράστασης: } \log(\sqrt{3}) + \log(\sqrt{27}) = 1/2 + 3/2 = 2$$

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

Μιγαδικοί αριθμοί:

α) Ρίζες μιγαδικής τετραγωνικής εξίσωσης: $z = -2 - i$, $z = -2 + i$

β) Η τιμή της παράστασης: $(2 + 3i)(1 - 2i) = 8 + i$

Η έννοια της σύνθετης συνάρτησης:

α) Η τιμή του $h(x) = \sqrt{2x + 3}$ για $x = 4$ είναι $\sqrt{11}$.

β) Το πεδίο ορισμού της σύνθετης συνάρτησης $f(g(x))$ είναι $x > 3/2$.

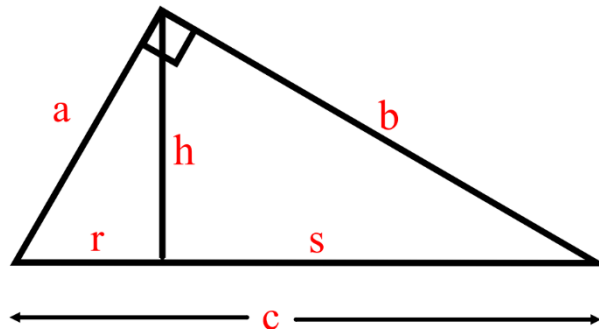
Λύσεις εκθετικών εξισώσεων:

α) Επίλυση της εξίσωσης: $x = 4$

β) Επίλυση της εξίσωσης: $x = 1,316$

Ένας οδηγός για την επίλυση δύσκολων προβλημάτων αναλογίας

Complete the proportion



$$\frac{r}{h} = \frac{a}{\square}$$

$$\frac{h}{a} = \frac{\square}{b}$$

[To zdjęcie](#), autor: Nieznany autor, licencja: [CC BY-SA](#)

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

Οι αναλογίες είναι ένα σημαντικό θέμα στα μαθηματικά και η επίλυσή τους μπορεί να είναι δύσκολη για ορισμένους μαθητές. Παρακάτω παρουσιάζω έναν οδηγό που θα σας βοηθήσει να λύσετε πιο δύσκολα προβλήματα αναλογίας.

Εργασία: Υπολογίστε την τιμή του x στην αναλογία: $3/5 = x/15$

Λύση:

Χρησιμοποιήστε την ιδιότητα της αναλογίας, η οποία λέει ότι το διασταυρούμενο γινόμενο ισούται με: $a/b = c/d$, άρα $ad = bc$.

Αντικαταστήστε τα δεδομένα από την αναλογία: $3 * 15 = 5 * x$.

Υπολογίστε την παράσταση: $45 = 5x$.

Διαιρέστε και τις δύο πλευρές της εξίσωσης με 5: $x = 9$.

Απάντηση: $x = 9$.

Εργασία: Υπολογίστε την τιμή του y στην αναλογία: $4/9 = 12/y$

Λύση:

Χρησιμοποιήστε την ιδιότητα αναλογίας: $a/b = c/d$, $ad = bc$.

Αντικαταστήστε τα δεδομένα από την αναλογία: $4 * y = 9 * 12$.

Υπολογίστε την τιμή της παράστασης: $4y = 108$.

Διαιρέστε και τις δύο πλευρές της εξίσωσης με 4: $y = 27$.

Απάντηση: $y = 27$.

Εργασία: Συμπληρώστε τις τιμές που λείπουν στην αναλογία: $8/12 = x/18$

Λύση:

Βρείτε το σταυρωτό γινόμενο: $8 * 18 = 12 * x$.

Υπολογίστε την παράσταση: $144 = 12x$.

Διαιρέστε και τις δύο πλευρές της εξίσωσης με το 12: $x = 12$.

Απάντηση: $x = 12$.

Εργασία: Βρείτε την τιμή του x στην αναλογία: $2/3 = 10/x$

Λύση:

Χρησιμοποιήστε την ιδιότητα αναλογίας: $a/b = c/d$, $ad = bc$.

Αντικαταστήστε τα δεδομένα από την αναλογία: $2 * x = 3 * 10$.

Υπολογίστε την παράσταση: $2x = 30$.

Διαιρέστε και τις δύο πλευρές της εξίσωσης με 2: $x = 15$.

Απάντηση: $x = 15$.

Εργασία: Υπολογίστε την τιμή του y στην αναλογία: $5/8 = y/20$

Λύση:

Εφαρμόστε την ιδιότητα αναλογίας: $a/b = c/d$, $ad = bc$.

Αντικαταστήστε τα δεδομένα από την αναλογία: $5 * 20 = 8 * y$.

Υπολογίστε την παράσταση: $100 = 8y$.

Διαιρέστε και τις δύο πλευρές της εξίσωσης με 8: $y = 12,5$.

Απάντηση: $y = 12,5$.

Εργασία: Συμπληρώστε τις τιμές που λείπουν στην αναλογία: $x/4 = 6/9$

Λύση:

Βρείτε το σταυρό γινόμενο: $9 * x = 6 * 4$.

Αξιολογήστε την έκφραση: $9x = 24$.

Διαιρέστε και τις δύο πλευρές της εξίσωσης με 9: $x = 24/9$.

Απάντηση: $x = 8/3$.

Να θυμάστε ότι η επίλυση προβλημάτων αναλογίας απαιτεί την ικανότητα εφαρμογής των ιδιοτήτων της αναλογίας και την ικανότητα επίλυσης εξισώσεων. Είναι επίσης σημαντικό να διατηρηθεί η ισοδυναμία σε κάθε βήμα επίλυσης. Ασκηθείτε τακτικά και η επίλυση προβλημάτων αναλογίας θα γίνει ευκολότερη.

Ακολουθεί ένα σύνολο εργασιών δύσκολων αναλογιών:

1: Υπολογίστε την τιμή του x στην αναλογία: $(3x + 4)/(2x - 1) = 5/3$

2: Συμπληρώστε τις τιμές που λείπουν στην αναλογία: $(x + 3)/(2x + 5) = 4/7$

3: Υπολογίστε την τιμή του y στην αναλογία: $(2y + 1)/(3y - 2) = 6/5$

4: Συμπληρώστε τις τιμές που λείπουν στην αναλογία: $(4x + 5)/(6x - 3) = 2/9$

5: Υπολογίστε την τιμή του x στην αναλογία: $(5x - 3)/(4x + 7) = 3/2$

6: Συμπληρώστε τις τιμές που λείπουν στην αναλογία: $(3y - 2)/(5y + 1) = 7/4$

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

7: Υπολογίστε την τιμή του x στην αναλογία: $(2x - 1)/(3x + 2) = 5/6$

8: Συμπληρώστε τις τιμές που λείπουν στην αναλογία: $(7y + 4)/(6y - 5) = 9/8$

9: Υπολογίστε την τιμή του x στην αναλογία: $(4x + 3)/(2x - 1) = 7/5$

10: Συμπληρώστε τις τιμές που λείπουν στην αναλογία: $(5y - 2)/(3y + 1) = 8/9$

Ακολουθούν οι απαντήσεις σε ένα σύνολο εργασιών δύσκολων αναλογιών:

1: $x = 9/7$

2: $x = 2/3$

3: $y = -2/7$

4: $x = -3/2$

5: $x = -13/7$

6: $y = 2/3$

7: $x = 5/4$

8: $r = 39/59$

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

$$9: x = 5/6$$

$$10: y = 23/37$$

Σημειώστε ότι οι παραπάνω απαντήσεις έχουν υπολογιστεί με βάση ένα δεδομένο σύνολο εργασιών. Βεβαιωθείτε ότι κατανοείτε τη διαδικασία επίλυσης κάθε προβλήματος και ελέγξτε προσεκτικά τους υπολογισμούς σας.

Ακολουθεί ένας οδηγός για την επίλυση δύσκολων προβλημάτων με συστήματα εξισώσεων:

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\
 &= \frac{-(-10) \pm \sqrt{72}}{2(7)} && \text{Positive discriminant} \\
 &= \frac{10 \pm \sqrt{36 \cdot 2}}{14} \\
 &= \frac{10 \pm 6\sqrt{2}}{14} \\
 &= \frac{\cancel{2} (5 \pm 3\sqrt{2})}{\cancel{14}_7} \\
 &= \frac{5 \pm 3\sqrt{2}}{7} && \text{Two real solutions}
 \end{aligned}$$

[To zdjęcie](#), autor: Nieznany autor, licencja: [CC BY-SA-NC](#)

Δύσκολες εργασίες με συστήματα εξισώσεων απαιτούν σχολαστική προσέγγιση και χρήση κατάλληλων μεθόδων. Για πολύπλοκα συστήματα εξισώσεων, είναι χρήσιμο να χρησιμοποιείται η εξάλειψη ή η αντικατάσταση για την εύρεση λύσεων.

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

Βεβαιωθείτε ότι το σύστημα των εξισώσεων είναι γραμμένο σωστά και ότι όλες οι λέξεις είναι στη σωστή σειρά.

Επιλέξτε την κατάλληλη μέθοδο για την επίλυση του συστήματος εξισώσεων, π.χ.

Η μέθοδος εξάλειψης χειρίζεται τις εξισώσεις για να εξαλείψει μία μεταβλητή και να παράγει μια εξίσωση μίας μεταβλητής. Στη συνέχεια, υπολογίστε την τιμή αυτής της μεταβλητής και αντικαταστήστε την στη δεύτερη εξίσωση για να υπολογίσετε την τιμή της δεύτερης μεταβλητής. Η μέθοδος αντικατάστασης περιλαμβάνει την επίλυση μιας εξίσωσης για μια μεταβλητή και στη συνέχεια την αντικατάσταση της προκύπτουσας τιμής αυτής της μεταβλητής σε μια άλλη εξίσωση για τον υπολογισμό της τιμής της άλλης μεταβλητής.

Κάντε τους υπολογισμούς σας προσεκτικά για να αποφύγετε αριθμητικά λάθη. Βεβαιωθείτε ότι κάνετε τις σωστές πράξεις και στις δύο πλευρές της εξίσωσης για να διατηρήσετε την ισορροπία σας.

Δοκιμάστε τη λύση σας αντικαθιστώντας τις τιμές των μεταβλητών στις αρχικές εξισώσεις. Βεβαιωθείτε ότι έχετε πραγματικές ισότητες.

Εάν λάβετε μια αντίφαση, δηλαδή εξίσωση $0 = 0$ ή ψευδής, τότε το σύστημα των εξισώσεων είναι ασυνεπές και δεν έχει λύση. Αν πάρουμε την ισότητα $0 =$ μη μηδενικός αριθμός, σημαίνει ότι το σύστημα των εξισώσεων είναι άπειρο και έχει άπειρες λύσεις.

Μην ξεχάσετε να αναπαραστήσετε τις απαντήσεις σας ως ζεύγη ή τριάδες μεταβλητών τιμών, ανάλογα με τον αριθμό των αγνώστων στο σύστημα εξισώσεων.

Να θυμάστε ότι η επίλυση δύσκολων προβλημάτων με συστήματα εξισώσεων απαιτεί εξάσκηση και κατανόηση διαφορετικών μεθόδων επίλυσης. Ασκηθείτε τακτικά για να αποκτήσετε αυτοπεποίθηση στην επίλυση αυτών των τύπων εργασιών.

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

Εδώ είναι ένα σύνολο πολύπλοκων προβλημάτων με συστήματα εξισώσεων:

1. Λύστε το σύστημα των εξισώσεων:

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = 7 \\ x - 2y + 4z = 1 \\ 3x + 2y - 3z = 5 \end{cases}$$

2. Λύστε το σύστημα των εξισώσεων:

$$\begin{cases} 2x + 3y - 5z = 10 \\ 3x - 2y + 4z = 5 \\ x + 4y - z = 7 \end{cases}$$

3. Λύστε το σύστημα των εξισώσεων:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

4. Λύστε το σύστημα των εξισώσεων:

$$\begin{cases} \log(x + y) = 2 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases}$$

5. Λύστε το σύστημα των εξισώσεων:

$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 5 \\ x^2 - y^2 = 3 \end{cases}$$

6. Λύστε το σύστημα των εξισώσεων:

$$\begin{cases} e^x + 2y = 10 \\ 3x - 2e^y = 5 \end{cases}$$

7. Λύστε το σύστημα των εξισώσεων:

$$\{ \sin(x) + \cos(y) = 1$$

$$\{ 2x + y = \pi/4$$

8. Λύστε το σύστημα των εξισώσεων:

$$\{ x^2 + y^2 = 25$$

$$\{ x^3 + y^3 = 72$$

9. Λύστε το σύστημα των εξισώσεων:

$$\{ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 5$$

$$\{ x^2 - 3y = 7$$

10. Λύστε το σύστημα των εξισώσεων:

$$\{ \log(x + y) = 3$$

$$\{ x^2 - y^2 = 5$$

Να θυμάστε ότι η επίλυση πολύπλοκων προβλημάτων με συστήματα εξισώσεων μπορεί να απαιτεί τη χρήση διαφόρων μεθόδων, όπως η κατάργηση Gauss, η αντικατάσταση ή η γραφική μέθοδος. Κάντε τους υπολογισμούς προσεκτικά και ελέγξτε τα αποτελέσματα για να βεβαιωθείτε ότι έχετε τις σωστές λύσεις.

Εδώ είναι ένα σύνολο απαντήσεων σε προβλήματα με συστήματα εξισώσεων:

1. Επίλυση του συστήματος εξισώσεων:

$$x = 1$$

$$y = 2$$

$$z = 3$$

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

2. Επίλυση του συστήματος των εξισώσεων:

$$x = 2$$

$$y = -1$$

$$z = 3$$

3. Επίλυση του συστήματος εξισώσεων:

$$x = 1 + \sqrt{9}$$

$$y = 1 - \sqrt{9}$$

4. Επίλυση του συστήματος εξισώσεων:

$$x = 4$$

$$y = 3$$

5. Επίλυση του συστήματος εξισώσεων:

$$x = 2$$

$$y = 3$$

6. Επίλυση του συστήματος των εξισώσεων:

$$x = 2$$

$$y = 3$$

7. Επίλυση του συστήματος εξισώσεων:

$$x = \pi/4 - y$$

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

$$y = \pi/4 - 2*(\pi/4 - y)$$

8. Επίλυση του συστήματος των εξισώσεων:

$$x = 3$$

$$y = 4$$

9. Επίλυση του συστήματος των εξισώσεων:

$$x = 4$$

$$y = 1$$

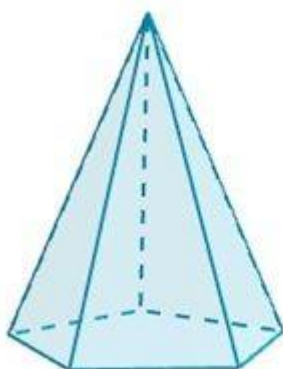
10. Επίλυση του συστήματος των εξισώσεων:

$$x = 10$$

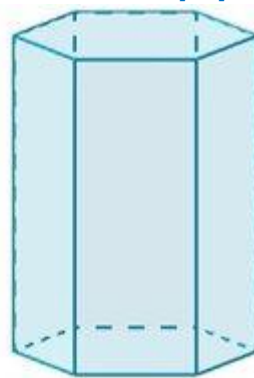
$$y = 10 - x$$

Φροντίστε να ελέγξετε ξανά τους υπολογισμούς σας και να βεβαιωθείτε ότι έχετε τα ίδια αποτελέσματα.

Ακολουθεί ένας οδηγός για την επίλυση δύσκολων προβλημάτων ωμετρίας:



Pirámide



Prisma

[To zdjęcie](#), autor: Nieznany autor, licencja: [CC BY-NC-ND](#)

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

Επίλυση προβλημάτων με το Πυθαγόρειο θεώρημα:

α) Ελέγξτε αν το Πυθαγόρειο θεώρημα είναι αληθές σε ένα τρίγωνο, δηλαδή αν το άθροισμα των τετραγώνων των μηκών των δύο μικρότερων πλευρών είναι ίσο με το τετράγωνο του μήκους της μεγαλύτερης πλευράς.

β) Αν ναι, υπολογίστε το μήκος της πλευράς που λείπει χρησιμοποιώντας το Πυθαγόρειο θεώρημα: $a^2 + b^2 = c^2$, όπου a και b είναι τα μήκη των γνωστών πλευρών και c είναι το μήκος της πλευράς που λείπει.

Επίλυση εργασιών από την ομοιότητα των σχημάτων:

α) Ελέγξτε αν τα σχήματα είναι παρόμοια, δηλαδή αν έχουν ανάλογα μήκη πλευρών.

β) Εάν ναι, χρησιμοποιήστε τις ιδιότητες ομοιότητας των σχημάτων, όπως αναλογίες μηκών πλευρών, γωνίες ομοιότητας κ.λπ., για να υπολογίσετε τα μήκη ή τις γωνίες που λείπουν.

Επίλυση προβλημάτων αναλυτικής γεωμετρίας:

α) Παρουσιάστε τα γεωμετρικά σχήματα στο σύστημα συντεταγμένων, αποδίδοντας συντεταγμένες στα σημεία.

β) Χρησιμοποιήστε εργαλεία μαθηματικής ανάλυσης όπως τύπους απόστασης, εξισώσεις ευθειών, εφαπτομένων κ.λπ. για να υπολογίσετε ιδιότητες σχήματος όπως μήκη πλευρών, γωνίες, εμβαδόν κ.λπ.

Επίλυση προβλημάτων με δύσκολα γεωμετρικά σχήματα:

α) Αναλύστε το σχέδιο, προσδιορίστε τα δεδομένα και τις τιμές που αναζητάτε.

β) Χρησιμοποιήστε τις ιδιότητες και τα θεωρήματα της γεωμετρίας όπως το θεώρημα του Θαλή, ο νόμος των ημιτόνων, ο νόμος των συνημιτόνων κ.λπ. για να βρείτε απαντήσεις σε ερωτήσεις.

Επίλυση εργασιών στη χωρική γεωμετρία:

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

α) Αναγνωρίστε τρισδιάστατα γεωμετρικά σχήματα όπως κύβους, πυραμίδες, κώνους κ.λπ.

β) Χρησιμοποιήστε τύπους και θεωρήματα για όγκους, εμβαδά, διαγώνιες κ.λπ. για να υπολογίσετε τιμές που λείπουν ή σχέσεις μεταξύ των στοιχείων ενός σχήματος.

Εργαστείτε συστηματικά και προσεκτικά:

α) Σχεδιάστε ακριβή σχέδια, μήκη και γωνίες των ετικετών.

β) Χρησιμοποιήστε κατάλληλα θεωρήματα και τύπους που ισχύουν για το δεδομένο σχήμα ή πρόβλημα.

γ) Να αναλύει προσεκτικά τα δεδομένα, να εφαρμόζει λογική και ακριβή συλλογισμό κατά την επίλυση προβλημάτων.

Να θυμάστε ότι το πιο σημαντικό πράγμα είναι η εξάσκηση στην εκμάθηση της γεωμετρίας. Όσο περισσότερα προβλήματα λύσετε, τόσο καλύτερα θα κατακτήσετε διαφορετικές τεχνικές και προσεγγίσεις σε γεωμετρικά προβλήματα.

Εδώ είναι ένα σύνολο περίπλοκων γεωμετρικών προβλημάτων:

1. Πρόβλημα ομοιότητας τριγώνου:

Στο τρίγωνο ABC, το DE είναι παράλληλο στο BC. Το μήκος της γραμμής AD είναι 6 cm και το μήκος της γραμμής DB είναι 4 cm. Υπολογίστε τον λόγο του μήκους του τμήματος AE προς το μήκος του τμήματος EC.

2. Πρόβλημα ισόπλευρου τριγώνου:

Ένας κύκλος είναι εγγεγραμμένος σε ισόπλευρο τρίγωνο ABC μήκους πλευράς 12 cm. Βρείτε το μήκος του τόξου AB που περιγράφεται ταυτόχρονα σε αυτόν τον κύκλο.

3. Ορθογώνιο πρόβλημα:

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

Σε κυβοειδές ABCDEFGH με πλευρά $AB = 6 \text{ cm}$, η διαγώνιος BG έχει μήκος 10 cm . Υπολογίστε τη γωνία μεταξύ του επιπέδου CDH και του επιπέδου ADG.

4. Πρόβλημα παράλληλων γραμμών:

Υπάρχουν τρεις παράλληλες ευθείες: l , m και n . Η απόσταση μεταξύ των γραμμών l και m είναι 5 cm και η απόσταση μεταξύ των γραμμών l και n είναι 3 cm . Υπολογίστε την απόσταση μεταξύ των γραμμών m και n .

5. Μια σφαίρα εγγεγραμμένη σε ένα πρόβλημα τετραέδρου:

Μια σφαίρα είναι εγγεγραμμένη στο τετράεδρο ABCD. Το σημείο E είναι το μέσο της ακμής AB. Να υπολογίσετε τον λόγο του όγκου μιας σφαίρας προς τον όγκο ενός τετραέδρου.

6. Πρόβλημα για ένα τρίγωνο που αγγίζει εσωτερικά έναν κύκλο:

Στο τρίγωνο ABC, ο εγγεγραμμένος κύκλος αγγίζει τις πλευρές AB, BC και CA στα σημεία D, E και F, αντίστοιχα. Το AB έχει μήκος 10 cm , το BC είναι 12 cm και το CA είναι 14 cm . Υπολογίστε το μήκος του τμήματος EF.

7. Πρόβλημα κανονικού τριγώνου:

Σε ένα τρίγωνο ABC με πλευρά $AB = 12 \text{ cm}$, τα σημεία D, E και F είναι τα μέσα των πλευρών BC, CA και AB, αντίστοιχα. Υπολογίστε τον λόγο του εμβαδού του τριγώνου DEF προς το εμβαδόν του τριγώνου ABC.

8. Πρόβλημα κώνου και σφαίρας:

Μια σφαίρα είναι εγγεγραμμένη σε κώνο ύψους 8 cm και ακτίνας βάσης 6 cm . Υπολογίστε την αναλογία του όγκου του κώνου προς τον όγκο της σφαίρας.

9. Κανονικό τετράπλευρο πρόβλημα:

Σε ένα τετράπλευρο ABCD με πλευρές $AB = 6 \text{ cm}$, $BC = 8 \text{ cm}$, $CD = 10 \text{ cm}$ και $DA = 12 \text{ cm}$, τα σημεία E, F, G και H είναι τα μέσα των πλευρών AB, BC, CD

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

και DA, αντίστοιχα. Να υπολογίσετε τον λόγο του εμβαδού του τετράπλευρου EFGH προς το εμβαδόν του τετράπλευρου ABCD.

10. Πρόβλημα Πυθαγόρειου τριγώνου:

Στο τρίγωνο ABC, η γωνία A είναι ορθή και η πλευρά AB είναι 5 cm. Η πλευρά BC είναι ίση με το γινόμενο του μήκους της πλευράς AB και κάποιου ακέραιου αριθμού k. Αν το εμβαδόν του τριγώνου ABC είναι 15 cm^2 , να βρείτε την τιμή του k.

Ακολουθούν οι απαντήσεις σε ένα σύνολο περίπλοκων προβλημάτων γεωμετρίας:

1. Απάντηση: Ο λόγος του μήκους του τμήματος AE προς το μήκος του τμήματος EK είναι 2:3.
2. Απάντηση: Το μήκος του τόξου AB είναι $4\pi \text{ cm}$.
3. Απάντηση: Η γωνία μεταξύ του επιπέδου CDH και του επιπέδου ADG είναι περίπου 52,32 μοίρες.
4. Απάντηση: Η απόσταση μεταξύ των ευθειών m και n είναι 4 cm.
5. Απάντηση: Ο λόγος του όγκου μιας σφαίρας προς τον όγκο ενός τετραέδρου είναι 1:3.
6. Απάντηση: Το μήκος του τμήματος EF είναι $2\sqrt{15} \text{ cm}$.
7. Απάντηση: Ο λόγος του εμβαδού του τριγώνου ΔΕΦ προς το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ είναι 1:9.

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (αριθμός έργου: 2020-1-PL01-KA226-SCH-096462). Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση μπορεί να αποτελείται από τις πληροφορίες που περιέχονται εις τούτο

8. Απάντηση: Ο λόγος του όγκου ενός κώνου προς τον όγκο μιας σφαίρας είναι $3:2\pi$.

9. Απάντηση: Ο λόγος του εμβαδού του τετράπλευρου EFGH προς το εμβαδόν του τετράπλευρου ABΓΔ είναι 1:4.

10. Απάντηση: Η τιμή του k είναι 6.

Λάβετε υπόψη ότι οι απαντήσεις μπορεί να διαφέρουν ανάλογα με την ακρίβεια των υπολογισμών και τις υποθέσεις που έγιναν. Κατά την επίλυση σύνθετων γεωμετρικών προβλημάτων, αξίζει πάντα να παρέχετε πλήρεις υπολογισμούς και αιτιολογήσεις για να αποδείξετε την ορθότητα της απάντησης.